

شناسنامه

The Feynman Lectures on Physics, Vol. 1, Ch. 34

درسنامه‌های فیزیک فاینمن، جلد ۱، فصل ۳۴

مترجم: مسعود هاشمی

ویراستار: محدثه سادات عسگری

حروف‌چین: کیمیا عباسی‌گراوند

نسخه‌ی ۱۰۰ پاییز ۱۳۹۹

حلقه‌ی مترجمان ژرفا

این اثر با کسب مجوز از ناشر بین‌المللی به منظور انتشار رایگان نسخه‌ی الکترونیکی آن تهیه شده است و حق نشر آن برای انجمن علمی ژرفا مستقر در دانشگاه صنعتی شریف محفوظ می‌باشد. ایرادات این نسخه را با ما در میان بگذارید و در پیشبرد این پروژه‌ی عام‌المنفعه مشارکت کنید. برای دریافت ترجمه‌ی دیگر فصل‌های این کتاب به وبسایت ژرفا مراجعه کنید.

این صفحه از قصد خالی گذاشته شده است.

فصل ۳۴

آثار نسبیتی در تابش^۱

۱.۳۴ چشمه‌های متحرک

در فصل حاضر تعدادی از آثار متفرقه‌ی مرتبط با تابش را توصیف خواهیم کرد و سپس فصل را با نظریه‌ی کلاسیک انتشار نور به پایان خواهیم رساند. در تجزیه و تحلیل مان از نور، نسبتاً پیش رفته‌ایم و وارد جزئیات قابل توجهی شده‌ایم. تنها پدیده‌های مرتبط با تابش الکترومغناطیس که در مورد آن‌ها بحث نخواهیم کرد اتفاقی است که در مورد امواج رادیویی محبوس در جعبه‌ای با دیواره‌های بازتابنده رخ خواهد داد، در حالی که اندازه‌ی جعبه قابل مقایسه با طول موج باشد، یا در مورد امواج رادیویی که در لوله‌ای طولانی انتقال داده شوند. در مورد پدیده‌هایی که مشددهای کاواک^۲ و موج‌برها^۳ نامیده می‌شوند بعداً بحث خواهیم کرد؛ در آن‌جا ابتدا از مثال فیزیکی دیگری، صوت، استفاده خواهیم کرد، سپس به این موضوع برخواهیم گشت. به جز این مورد، فصل حاضر آخرین بررسی ما از نظریه‌ی کلاسیک نور است. می‌توانیم تمام آثاری را که در اینجا بحث خواهیم کرد با این بیان که این آثار باید با چشمه‌های متحرک ایجاد شوند، خلاصه نماییم. ما دیگر فرض نمی‌کنیم که چون چشمه تندی^۴ نسبتاً کمی داشته است، با تقریب نقطه‌ای ثابت در نظر گرفته شود. یادآوری می‌کنیم که طبق قوانین بنیادی الکترودینامیک در فواصل زیاد از بار متحرک، میدان الکتریکی با فرمول زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{E} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d^2 \mathbf{e}_{R'}}{dt^2}. \quad (1.34)$$

¹Relativistic Effects in Radiation

²cavity resonators

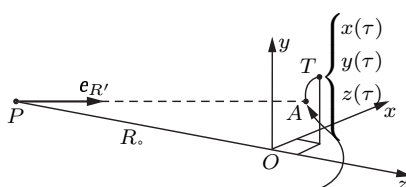
³waveguides

⁴speed

مشتق دوم بردار یکه‌ی^۵ $e_{R'}$ که به جهت ظاهری^۶ بار اشاره می‌کند، ویژگی تعیین کننده‌ی میدان الکتریکی است. البته این بردار یکه مکان فعلی بار را نشان نمی‌دهد، بلکه جهتی را نشان می‌دهد که وقتی اطلاعات با تندی محدود c از بار به مشاهده‌گر می‌رسد، به نظر می‌رسد بار آن‌جاست. همراه با میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی‌ای وجود دارد، که همیشه با میدان الکتریکی و با جهت ظاهری چشمه زاویه‌ی قائمه داشته و توسط فرمول زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{B} = -e_{R'} \times \mathbf{E}/c. \quad (۲.۳۴)$$

تاکنون ما تنها حالتی را که در آن حرکت‌ها با سرعت‌های غیرنسبیتی هستند در نظر گرفته‌ایم، به طوری که حرکت محسوسی در جهت چشمه وجود ندارد تا در نظر گرفته شود. اکنون آن را عمومی‌تر خواهیم کرد و حالتی را که حرکت در سرعت^۷ دلخواه است بررسی می‌کنیم، و خواهیم دید چه آثار متفاوتی ممکن است در این شرایط مورد انتظار باشد. حرکت را با تندی دلخواه در نظر می‌گیریم، البته هنوز هم فرض می‌کنیم که آشکارساز از چشمه خیلی دور است.



شکل ۱.۳۴. مسیر بار متحرک. مکان واقعی (یعنی مکان واقعی در لحظه‌ی تابش-توضیح مترجم-) در زمان τ نقطه‌ی T است، اما مکان عقب‌تر در نقطه‌ی A قرار دارد.

از بحث فصل ۲۸ می‌دانیم که تنها چیزهایی که در $d^2 e_{R'}/dt^2$ لحاظ می‌شوند، تغییرات در جهت $e_{R'}$ هستند. فرض می‌کنیم مختصات بار (x, y, z) باشد، و z در امتداد جهت مشاهده اندازه گرفته شده باشد شکل ۱.۳۴. در یک لحظه‌ی زمانی مفروض، مثلاً لحظه‌ی τ ، سه مولفه‌ی مکان $x(\tau)$ ، $y(\tau)$ و $z(\tau)$ هستند. فاصله‌ی R با تقریب بسیار خوبی برابر است با $R(\tau) = R_0 + z(\tau)$. حال جهت بردار $e_{R'}$ عمده‌تاً بستگی به x و y داشته، بستگی خیلی کمی به z دارد: مولفه‌های متقاطع^۸ بردار یکه x/R و y/R اند، و وقتی از این مولفه‌ها مشتق بگیریم کمیت‌هایی مانند R^2 در مخرج خواهیم داشت:

$$\frac{d(x/R)}{dt} = \frac{dx/dt}{R} - \frac{dz}{dt} \frac{x}{R^2}.$$

بنابراین، وقتی به اندازه‌ی کافی از چشمه دوریم، تنها عباراتی که اهمیت دارند تغییرات x و y هستند. پس

⁵unit vector

⁶apparent direction

⁷velocity

⁸transverse components

از R_0 فاکتور می‌گیریم و به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0} \frac{d^2 x'}{dt^2}, \\ E_y &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0} \frac{d^2 y'}{dt^2}, \end{aligned} \quad (۳.۳۴)$$

در این جا R_0 را که تقریباً فاصله تا q است، فاصله‌ی OP تا مبدا مختصات (x, y, z) در نظر می‌گیریم. بنابراین میدان الکتریکی برابر است با مقداری ثابت ضرب در کمیتی بسیار ساده یعنی مشتقات دوم مختصات x و y . (اینکه x و y را مولفه‌های متقاطع بردار مکان r بنامیم، از لحاظ ریاضی مناسب‌تر است، ولی کمکی به واضح‌تر شدن موضوع نمی‌کند). البته توجه داریم که مختصات باید در زمان تأخیرافتاده^۹ اندازه‌گیری شده باشد. در اینجا متوجه می‌شویم که $z(\tau)$ بر عقب‌افتادگی تأثیر می‌گذارد. زمان تأخیرافتاده چیست؟ اگر زمان مشاهده t نامیده شود (زمان در P) آنگاه زمان τ که در آن ذره‌ی متحرک در A قرار دارد، زمان t نیست بلکه به اندازه‌ی کل مسافتی که نور باید طی کند تقسیم بر تندی نور به تأخیر می‌افتد. با تقریب اول، این تأخیر برابر با R_0/c است، که مقدار ثابتی است (یک ویژگی نامطلوب^{۱۰}) اما در تقریب بعدی باید آثار تغییر مکان ذره در جهت z در بازه‌ی زمان τ را در نظر بگیریم، زیرا اگر q مقداری عقب‌تر باشد، کمی تأخیر بیشتری وجود خواهد داشت. این اثری است که پیشتر نادیده گرفته‌ایم، و تنها تغییری است که به منظور معتبر ساختن نتایج‌مان برای تمام تند‌ها نیاز داریم. اکنون باید یک مقدار معین t انتخاب کنیم و مقدار τ را از آن محاسبه کنیم، و سپس اینکه x و y در زمان τ کجا هستند را پیدا کنیم، اینها از x و y عقب‌ترند، ما آن‌ها را x' و y' می‌نامیم، و مشتقات دومشان میدان را تعیین می‌نماید. بنابراین τ با رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود:

$$t = \tau + \frac{R_0}{c} + \frac{z(\tau)}{c}$$

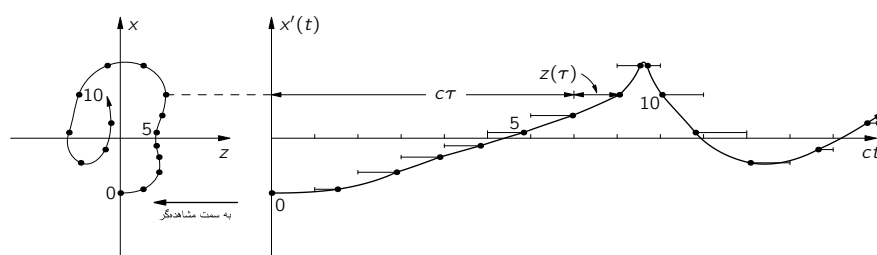
و

$$x'(t) = x(\tau), \quad y'(t) = y(\tau). \quad (۴.۳۴)$$

این‌ها معادلات پیچیده‌ای هستند، اما به اندازه‌ی کافی آسان هستند که بتوانیم برای توصیف جواب‌هایشان تصویر هندسی ترسیم نماییم. این تصویر احساس کمی خوبی به ما می‌دهد درمورد اینکه این چیزها چگونه کار می‌کنند، اما باز هم مستلزم مقدار زیادی ریاضیات تفصیلی برای استنتاج نتایج دقیق یک مسئله‌ی پیچیده خواهد بود.

^۹time retarded

^{۱۰}یعنی از نظر فیزیکی مفهوم خاصی ندارد، همان‌طور که بعداً معنی ریاضی آن بیان شده است (توضیح مترجم).



شکل ۲.۳۴. راه حل هندسی معادله‌ی (۵.۳۴) برای پیدا کردن $x'(t)$

۲.۳۴ به دست آوردن حرکت «ظاهری»^{۱۱}

برای معادله‌ی بالا ساده‌سازی جالبی وجود دارد. اگر ثابت نامطلوب تأخیر R_0/c را نادیده بگیریم، که فقط به این معنی است که باید مبدأ t را به اندازه‌ی یک مقدار ثابت تغییر دهیم، آنگاه این معادله بیانگر این است که:

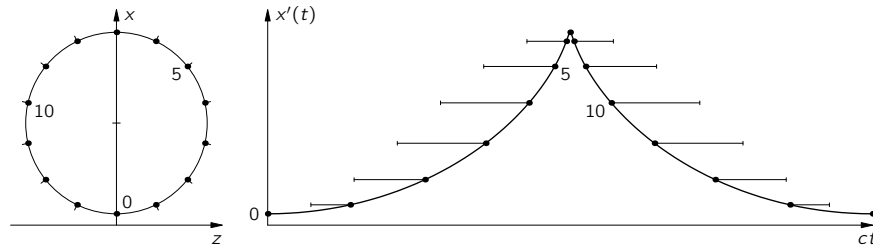
$$ct = c\tau + z(\tau), \quad x' = x(\tau), \quad y' = y(\tau). \quad (5.34)$$

اکنون لازم است x' و y' را به عنوان توابع t ، و نه τ ، پیدا کنیم. این کار را می‌توانیم به روش زیر انجام دهیم: معادله (۵.۳۴) بیانگر این است که باید حرکت واقعی را در نظر بگیریم و مقدار ثابتی (تندی نور) ضرب در τ را به آن اضافه نماییم. معنی آن در شکل ۲.۳۴ نشان داده شده است. ما حرکت واقعی بار را در نظر می‌گیریم (در طرف چپ شکل نشان داده شده است) و تصور می‌کنیم همان‌طور که بار گردش می‌کند با تندی c سریعاً از نقطه‌ی P دور می‌شود (انقباض طولی نسبیتی یا چیزی مانند آن وجود ندارد، فقط از لحاظ ریاضی ct اضافه شده است). در این روش، ما حرکت جدیدی را به دست می‌آوریم که در آن همان‌طور که در طرف راست شکل نشان داده شده، مختصه‌ی خط دید^{۱۲} ct است. (شکل نتیجه را برای یک حرکت نسبتاً پیچیده در صفحه نشان می‌دهد، البته ممکن است حرکت در یک صفحه نبوده و پیچیده‌تر هم باشد). نکته این است که اکنون فاصله‌ی افقی (یعنی خط دید) دیگر همان z نیست، بلکه $z + ct$ و بنابراین ct است. پس ما تصویری از منحنی را پیدا کرده‌ایم، x' (و y') در برابر t ! تنها کاری که باید برای پیدا کردن میدان انجام دهیم به دست آوردن شتاب این منحنی است، یعنی دو بار مشتق گرفتن از آن. بنابراین جواب نهایی این است: به منظور پیدا کردن میدان الکتریکی بار متحرک، حرکت بار را در نظر گرفته، با تندی c به عقب منتقل نمایید، تا بسط داده شود، آنگاه منحنی ترسیم شده، منحنی مکان‌های x' و y' به عنوان تابع t است. شتاب این منحنی، میدان الکتریکی را به عنوان تابعی از t به دست می‌دهد. یا اگر بخواهیم، می‌توانیم الان تصور کنیم که این منحنی به صورت یکپارچه با تندی c از میان صفحه‌ی دید به طرف جلو حرکت می‌کند، به

¹¹ "apparent" motion

¹² line-of-sight

طوری که نقطه ی تقاطع با صفحه ی دید دارای مختصات x' و y' است. این جواب دقیقاً به دقت فرمولی است که با آن شروع نمودیم، اما صرفاً یک نمایش هندسی است.



شکل ۳.۳۴. منحنی $x'(t)$ برای ذره ی در حال حرکت با تندی $v = 0.94c$ در دایره.

اگر حرکت نسبتاً کند باشد، برای مثال اگر نوسانگری^{۱۳} داشته باشیم که فقط به کندی بالا و پایین می‌رود، آن‌گاه وقتی ما این حرکت را با تندی نور پرتاب نماییم، حتماً منحنی کسینوسی ساده‌ای به دست می‌آوریم که فرمولی را که مدت زیادی است به دنبال آن هستیم به ما می‌دهد: میدان تولید شده توسط بار نوسان کننده. مثال جالب‌تر، الکترونی است که با تندی زیاد، بسیار نزدیک به تندی نور، در حال حرکت در یک دایره است. اگر به صفحه‌ی دایره نگاه کنیم، x' عقب‌تر مانند شکل ۳.۳۴ خواهد بود. این منحنی چیست؟ اگر بردار شعاع از مرکز دایره به بار را در نظر بگیریم، و اگر این خط شعاعی را از بار فقط کمی عبور دهیم، آن‌گاه به نقطه‌ای روی خط که با تندی نور حرکت می‌کند، می‌رسیم. بنابراین، وقتی حرکت را با تندی نور به عقب منتقل می‌کنیم، این متناظر است با داشتن چرخه با باری روی آن که با تندی c (بدون لغزش) به طرف عقب می‌غلطد، پس ما منحنی‌ای پیدا کرده‌ایم که خیلی به چرخزاد^{۱۴} نزدیک بوده و چرخزاد کرتات^{۱۵} نامیده شده است. اگر بار با تندی بسیار نزدیک به نور حرکت کند، نوک‌های^{۱۶} منحنی در واقع خیلی تیز خواهند بود، و اگر دقیقاً با تندی نور حرکت کند، نوک‌های واقعی با تیزی نامحدود خواهند بود. تیزی نامحدود جالب است، به این معنی است که نزدیک نوک مشتق دوم خیلی بزرگ است. در هر چرخه^{۱۷} ما یک بار تپ^{۱۸} تیز میدان الکتریکی به دست می‌آوریم. این اصلاً آن چیزی نیست که ما از حرکت غیرنسبیتی به دست می‌آوریم، در آنجا هر وقت بار گردش می‌کند همیشه نوسانی با همان حدود «شدت» وجود خواهد داشت. اما در اینجا، تپ‌های میدان الکتریکی بسیاری وجود دارد که با بازه‌های زمانی T_0 از یکدیگر فاصله دارند، که T_0 دوره‌ی چرخش^{۱۹} است. این میدان‌های الکتریکی قوی در مخروطی باریک در جهت حرکت بار گسیل شده‌اند. وقتی بار از P دور می‌شود، انحنای بسیار کم بوده و میدان تابش شده ی خیلی کمی در جهت P وجود دارد.

¹³oscillator

¹⁴cycloid

¹⁵curtate cycloid

¹⁶cusps

¹⁷cycle

¹⁸pulse

¹⁹period

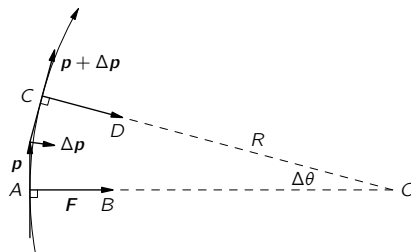
۳.۳۴ تابش سینکروترون^{۲۰}

در سینکروترون الکترون‌های بسیار سریعی داریم که با تندی بسیار نزدیک به تندی c در مسیرهای دایره‌ای حرکت می‌کنند؛ و دیدن تابش بالا به صورت نور واقعی ممکن می‌شود! حال این را با جزئیات بیشتری بررسی می‌کنیم.

در سینکروترون الکترون‌ها در دایره‌هایی در میدان مغناطیسی یکنواخت می‌چرخند. ابتدا ببینیم چرا در دایره حرکت می‌کنند. از معادله‌ی ۲.۲۸ می‌دانیم که در میدان مغناطیسی نیروی وارد بر ذره با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (۶.۳۴)$$

و این نیرو با میدان و سرعت، هر دو، زاویه‌ی قائمه می‌سازد. طبق معمول، نیرو برابر است با آهنگ تغییر تکانه^{۲۱} با زمان. اگر جهت میدان به طرف بیرون کاغذ باشد، تکانه‌ی ذره و نیروی وارد بر آن در شکل ۴.۳۴ نشان داده شده‌اند.^{۲۲} چون نیرو با سرعت زاویه‌ی قائمه می‌سازد انرژی جنبشی و در نتیجه تندی ثابت می‌مانند. تمام کاری که میدان مغناطیسی انجام می‌دهد تغییر جهت حرکت است. در زمان کوتاه Δt ، بردار تکانه درحالی‌که با شعاع دایره زاویه‌ی قائمه دارد به اندازه‌ی $\Delta p = F\Delta t$ تغییر می‌کند و چون $|f| = qvB$ ، در نتیجه p مطابق شکل به اندازه‌ی زاویه‌ی $\Delta\theta = \Delta p/p = qvB\Delta t/p$ می‌چرخد. اما در همین زمان ذره مسافت $\Delta s = v\Delta t$ را طی کرده است. مشخص است که دو خط AB و CD در نقطه‌ی O همدیگر را قطع می‌کنند به طوری که $OA = OC = R$ ، و $\Delta s = r\Delta\theta$.



شکل ۴.۳۴. ذره‌ی بارداری که در مسیر دایره‌ای (یا مارپیچی) در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند.

با ترکیب این رابطه با عبارت‌های قبلی، خواهیم داشت $R\Delta\theta/\Delta t = R\omega = v = qvBR/p$ ، که از آن عبارت زیر به دست می‌آید:

$$p = qBR \quad (۷.۳۴)$$

و

²⁰ Synchrotron radiation
²¹ momentum

²² میدان B که در شکل نشان داده نشده است، با «نقطه‌ی B » اشتباه نشود (توضیح مترجم).

$$\omega = qvB/p. \quad (۸.۳۴)$$

چون همین استدلال می‌تواند در طی لحظه‌ی بعد، بعدی و غیره اعمال شود، نتیجه می‌گیریم که ذره باید در دایره‌ای با شعاع R ، با سرعت زاویه‌ای ω حرکت نماید.

این نتیجه که تکانه‌ی ذره برابر است با بار ضرب در شعاع ضرب در میدان مغناطیسی قانون بسیار مهمی است که کاربرد زیادی داشته است. این قانون برای مقاصد عملی مهم است زیرا اگر ذرات بنیادی که همگی بار یکسان دارند داشته باشیم و آن‌ها را در یک میدان مغناطیسی مشاهده کنیم، با دانستن میدان مغناطیسی، می‌توانیم شعاع‌های انحنای مدارهایشان را اندازه بگیریم، بنابراین تکانه‌های ذرات را تعیین نماییم. اگر هر دو طرف معادله‌ی (۷.۳۴) را در c ضرب کرده، و q را برحسب بار الکترون بیان نماییم، می‌توانیم تکانه را با یکای الکترون-ولت اندازه‌گیری کنیم.^{۲۳} در این یکاها فرمول ما می‌شود:

$$pc(\text{eV}) = 3 \times 10^8 (q/q_e) BR, \quad (۹.۳۴)$$

در اینجا R ، B و تندی نور همگی در دستگاه mk/s بیان شده‌اند و مقدار عددی تندی نور $3 \times 10^8 m/s$ است.

یکای mk/s میدان مغناطیسی وبر بر مترمربع^{۲۴} نامیده می‌شود. یکای قدیمی‌تری هم وجود دارد که هنوز مورد استفاده عمومی است و گاوس^{۲۵} نامیده می‌شود. یک وبر بر مترمربع برابر با 10^4 گاوس است. برای اینکه ایده‌ای از بزرگی میدان‌های مغناطیسی داشته باشیم، قوی‌ترین میدان مغناطیسی که معمولاً می‌توان در آهن ایجاد نمود حدود $10^4 \times 1/5$ گاوس است؛ فراتر از آن، مزیت استفاده از آهن از بین می‌رود. امروزه سیم‌پیچ الکترومغناطیسی^{۲۶} با سیم ابررسانا می‌تواند میدان‌های یکنواخت بیش از 10^5 گاوس، یعنی 10 در یکای mk/s ، تولید کند. میدان زمین در خط استوا چند دهم گاوس است. با مراجعه به معادله‌ی (۹.۳۴)، فرض می‌کنیم سینکروترون در انرژی یک میلیارد الکترون-ولت کار می‌کند، پس pc برابر با 10^9 خواهد بود (اندکی بعد به این انرژی باز خواهیم گشت). اگر ما B را متناظر با مثلاً $10,000$ گاوس داشته باشیم، یعنی یک در یکای mk/s ، که میدان قابل توجه خوبی است، آن‌گاه می‌بینیم که R باید $3/3$ متر باشد. شعاع واقعی سینکروترون کلکتک^{۲۷} $3/7$ متر، میدان آن کمی بزرگتر، و انرژی $1/5$ میلیارد است، پس می‌بینیم که این دو مشابه هم‌اند؛ بنابراین اکنون می‌فهمیم که چرا سینکروترون دارای آن اندازه است. ما تکانه را محاسبه کرده‌ایم، اما می‌دانیم که انرژی کل، شامل انرژی سکون، با رابطه‌ی $W = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ داده می‌شود، و برای الکترون انرژی سکون mc^2 برابر با $10^6 \text{ eV} \times 0.511$ است، بنابراین وقتی pc برابر 10^9 eV است می‌توانیم mc^2 را نادیده بگیریم، و در نتیجه برای تمام اهداف عملی، وقتی تندی‌ها نسبیتی اند $W = pc$ است. اینکه بگوییم انرژی الکترون یک میلیارد الکترون-ولت است عملاً مانند این است که بگوییم تکانه

^{۲۳} توجه شود الکترون-ولت یکای انرژی است، و در این فرمول هم pc «حاصل ضرب تکانه و تندی» که یکای انرژی دارد، برحسب الکترون ولت بیان شده است (توضیح مترجم).

^{۲۴} weber/m²

^{۲۵} gauss

^{۲۶} electromagnets wound

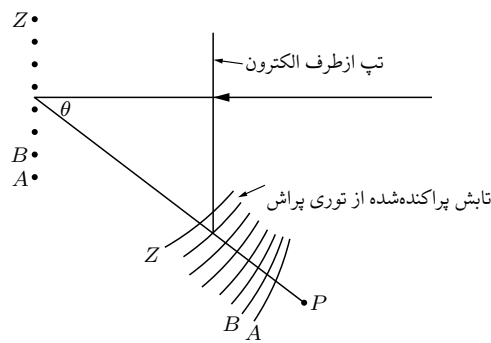
^{۲۷} Caltech

ضرب در c یک میلیارد الکترون-ولت است. اگر $W = 10^9 \text{ eV}$ ، نشان دادن اینکه تندی به اندازه‌ی یک در هشت میلیونیم تندی نور با تندی نور تفاوت دارد آسان است!

حال به تابش گسیل شده توسط چنین ذره‌ای برمی‌گردیم. ذره‌ای که در حال حرکت روی دایره‌ای به شعاع $\frac{3}{3}$ متر، یا محیط 20 متر، است، تقریباً در زمانی که طول می‌کشد تا نور 20 متر طی کند یک دور می‌زند. بنابراین طول موجی که باید توسط چنین ذره‌ای گسیل شود 20 متر خواهد بود، یعنی در ناحیه‌ی رادیویی موج کوتاه. اما به علت اثر فشردگی^{۲۸} که قبلاً بحث کردیم (شکل ۳.۳۴)، و چون مسافتی که به اندازه‌ی آن باید شعاع را گسترش دهیم تا به تندی c برسیم تنها یک قسمت از هشت میلیون قسمت شعاع است، نوک‌های چرخزاد کراتات نسبت به فاصله‌ی بین‌شان بسیار تیز هستند. شتاب، که شامل مشتق دوم نسبت به زمان است، با ضربی دوبرابر «ضریب فشرده‌سازی»^{۲۹} 8×10^6 افزایش می‌یابد، زیرا مقیاس زمانی با ضریب دوبرابر هشت میلیون در نزدیکی نوک کاهش یافته است. بنابراین می‌توانیم انتظار داشته باشیم طول موج موثر خیلی کوتاه‌تر باشد، به میزان 64 ضرب در 10^{12} کوچک‌تر از 20 متر، و این منطبق با ناحیه‌ی تابش- x است (درواقع، خود نوک ضریب تعیین کننده‌ی کل نیست و این ضریب باید ناحیه‌ی معینی از اطراف نوک را نیز شامل شود. این موضوع ضریب را به‌جای مربع به توان $\frac{3}{2}$ تغییر می‌دهد، اما هنوز ما را بالای ناحیه‌ی اپتیکی^{۳۰} باقی می‌گذارد). بنابراین، با اینکه الکترونی که به‌آهستگی در حال حرکت است امواج رادیویی 20 متری تولید کرده است، اثر نسبیتی طول موج را کوتاه می‌کند طوری که می‌توانیم آن را ببینیم! واضح است که نور باید با میدان الکتریکی عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت، قطبیده^{۳۱} شده باشد. برای درک بیشتر آن‌چه مشاهده می‌کنیم، فرض کنید که چنین نوری را دریافت کرده (برای ساده‌سازی کارها، چون این تپ‌ها باهم فاصله‌ی زمانی زیادی دارند، فقط یک تپ را دریافت می‌کنیم) و به توری پراش، که از تعداد زیادی سیم پراکنده کننده^{۳۲} تشکیل شده، هدایت می‌نماییم. بعد از اینکه این تپ از توری دور می‌شود، چه چیزی می‌بینیم؟ (اگر اصلاً نوری ببینیم، باید نور سرخ، نور آبی و غیره ببینیم). چه چیزی می‌بینیم؟ تپ با توری برخورد سربه سر^{۳۳} نموده، و تمام نوسانگرها در توری، فقط برای یکبار، باهم، به‌شدت به طرف بالا حرکت کرده و سپس دوباره به پایین برمی‌گردند. آنگاه آن‌ها، همان‌طور که در شکل ۵.۳۴ دیده می‌شود، اثراتی در جهات مختلف تولید می‌کنند. اما نقطه‌ی P به یکی از دو طرف توری نزدیک‌تر از طرف دیگر است، بنابراین در این نقطه میدان الکتریکی ابتدا از سیم A وارد می‌شود، بعد از B ، و غیره؛ سرانجام، تپ از آخرین سیم وارد می‌شود.

به‌طور خلاصه، مجموع بازتاب‌ها از تمام سیم‌های متوالی همان‌طور که در شکل ۶.۳۴ (الف) نشان داده شده است؛ میدان الکتریکی‌ای است که مجموعه‌ای از تپ‌هاست، و بسیار شبیه است به یک موج سینوسی که طول موجش برابر با فاصله‌ی بین تپ‌هاست، دقیقاً آن‌طور که برای نور تک‌فام برخوردکننده به توری خواهد بود! بنابراین این درست است که ما نور رنگی دریافت می‌کنیم. اما، با همان استدلال، آیا نور از هر نوع «تپ» دریافت نخواهیم کرد؟ نه. فرض کنید که منحنی خیلی هموارتر بود؛ آن‌گاه ما تمام امواج پراکنده‌شده را درحالی‌که با زمان کوتاه بین‌شان از هم جدا شده‌اند، با هم جمع خواهیم کرد (۶.۳۴ (ب)).

²⁸piling up²⁹compression factor³⁰optical region³¹polarized³²scattering wires³³head-on



شکل ۵.۳۴. نوری که به صورت یک تپ تیز منفرد به توری برخورد می‌کند، در جهات مختلف به صورت رنگ‌های متفاوت پراکنده شده است.

سپس می‌بینیم که میدان اصلاً هیچ نوسانی نداشته، منحنی بسیار همواری خواهد بود، زیرا هر تپ در بازه‌ی زمانی بین تپ‌ها خیلی تغییر نخواهد کرد.



شکل ۶.۳۴. میدان الکتریکی کل ناشی از مجموعه‌ای از (الف) تپ‌های تیز (ب) تپ‌های هموار

تابش الکترومغناطیسی گسیل شده توسط ذرات باردار نسبیتی که در حال گردش در میدان مغناطیسی‌اند تابش سینکروترون نامیده می‌شود. این نام‌گذاری به دلایل روشن صورت گرفته است، اما به طور خاص به سینکروترون‌ها، یا حتی آزمایشگاه‌های زمینی محدود نمی‌شود. هیجان‌انگیز و جالب است که این پدیده در طبیعت هم رخ می‌دهد.

۴.۳۴ تابش سینکروترون کیهانی^{۳۴}

در سال ۱۰۵۴ تمدن‌های چین و ژاپن از پیشرفته‌ترین تمدن‌های دنیا بودند؛ آن‌ها از جهان خارج از زمین آگاه بودند، و بسیار قابل توجه است که یک ستاره‌ی درخشان منفجر شده را در همان سال ثبت کردند (شگفت‌آور است که هیچ‌یک از راهبان اروپایی، که تمام کتاب‌های قرون وسطی را نوشته‌اند، حتی زحمت نوشتن اینکه ستاره‌ای در آسمان منفجر شد را به خود نداده‌اند). امروزه می‌توانیم از آن ستاره عکس بگیریم و آنچه می‌بینیم در شکل ۷.۳۴ نشان داده شده است. در بیرون توده‌ی بزرگی از رشته‌های سرخ است، که توسط اتم‌های گاز رقیق که در بسامدهای^{۳۵} طبیعی خود نوسان می‌کنند تشکیل شده؛ در نتیجه بیناب خطی^{۳۶} درخشان با

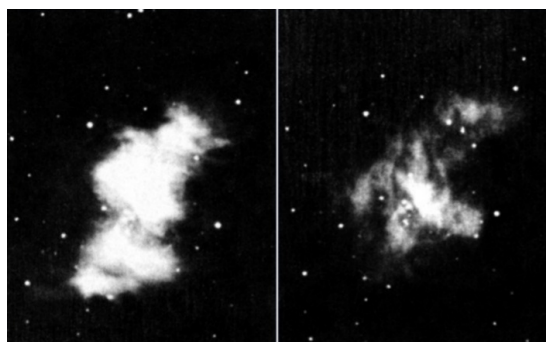
³⁴Cosmic synchrotron radiation
³⁵frequency

³⁶line spectrum



شکل ۷.۳۴. سحابی خرچنگ آنطور که با تمام رنگ‌ها دیده شده است (بدون فیلتر)

بسامدهای متفاوت تشکیل می‌شود. سرخی ایجادشده در این پدیده ناشی از نیتروژن است. از طرف دیگر، در ناحیه ی مرکزی نور متفاوت تیره‌ی اسرارآمیزی در توزیع پیوسته‌ی^{۳۷} بسامد هست، یعنی در آنجا بسامدهای مخصوصی مرتبط با اتم‌های خاص وجود ندارد. با این حال این غباری نیست که توسط ستارگان نزدیک نورانی شده، بلکه راهی است که توسط آن شخص می‌تواند بینایی پیوسته به‌دست آورد. ما می‌توانیم ستارگان را از میان آن ببینیم، بنابراین شفاف، بلکه در حال گسیل نور است.



(الف)

(ب)

شکل ۸.۳۴. سحابی خرچنگ آنطور که از میان یک فیلتر آبی و یک پولاروید دیده می‌شود. الف- بردار الکتریکی عمودی. ب- بردار الکتریکی افقی.

در شکل ۸.۳۴ با استفاده از نوری در ناحیه ای از بیناب که خط بینایی درخشانی ندارد، به همان چیز نگاه

³⁷continuous distribution

می‌کنیم، بنابراین فقط ناحیه‌ی مرکزی را می‌توانیم ببینیم. اما در این مورد، قطبنده‌هایی^{۳۸} نیز روی تلسکوپ گذاشته شده‌اند، و این دو چشم‌انداز با دو جهت‌یابی با فاصله‌ی 90° متناظر می‌باشند. می‌بینیم که تصاویر متفاوتند! یعنی نور قطبیده شده است. احتمالاً دلیل آن این است که میدان مغناطیسی محلی وجود دارد، و بسیاری از الکترون‌های بسیار پرانرژی در این میدان مغناطیسی گردش می‌کنند.

ما هم‌اکنون نشان دادیم که الکترون‌ها چگونه می‌توانند در دایره‌ای در میدان دور بزنند. البته، می‌توانیم هر حرکت یکنواخت در جهت میدان را به این حرکت اضافه کنیم، زیرا نیروی $qv \times B$ ، در این جهت مولفه‌ای ندارد و همان‌طور که قبلاً ملاحظه کردیم، تابش سینکروترون مشخصاً در جهتی که با تصویر میدان مغناطیسی روی صفحه‌ی دید زاویه‌ی قائمه دارد قطبیده شده است. با قراردادن این دو واقعیت در کنار هم، می‌بینیم که در ناحیه‌ای که یک تصویر درخشان و دیگری سیاه است، میدان الکتریکی نور باید در یک جهت کاملاً قطبیده باشد. این بدین معنی است که میدان مغناطیسی‌ای با زاویه‌ی قائمه با این جهت وجود دارد، درحالی‌که در نواحی دیگر، جایی که گسیل شدیدی در تصویر دیگر هست، میدان مغناطیسی باید به سمت دیگری باشد. اگر بادقت به شکل ۸.۳۴ نگاه کنیم، ممکن است متوجه شویم که، به‌طور کلی، مجموعه‌ای از «خطوط» وجود دارد که در یک تصویر در یک جهت و در تصویر دیگر در زاویه‌ی قائمه‌ی این جهت است. تصاویر نوعی از ساختار فیزیکی را نشان می‌دهد. احتمالاً، خطوط میدان مغناطیسی تمایل دارند در فواصل نسبتاً طولانی در جهت خودشان گسترش یابند، و بنابراین، احتمالاً نواحی طولانی‌ای از میدان مغناطیسی وجود دارد که در آن تمام الکترون‌ها در یک جهت به‌طور مارپیچ حرکت می‌کنند، درحالی‌که در ناحیه‌ی دیگر میدان در جهت دیگری بوده و الکترون‌ها نیز در همان جهت حرکت مارپیچی می‌کنند.

چه چیزی انرژی الکترون را برای چنین مدت طولانی‌ای این اندازه بالا نگه می‌دارد؟ گذشته از اینها، ۹۰۰ سال از انفجار می‌گذرد.^{۳۹} الکترون‌ها چگونه می‌توانند این اندازه سریع حرکت کنند؟ چگونه انرژی‌شان را حفظ می‌کنند و چگونه کل این مجموعه به حرکتش ادامه می‌دهد، هنوز به‌طور کامل درک نشده است.

۵.۳۴ برمشتراونگ^{۴۰}

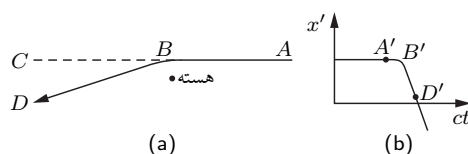
در این‌جا به‌طور خلاصه یک اثر جالب دیگر از ذره‌ی در حال حرکت بسیار سریع که انرژی تابش می‌کند را بیان می‌کنیم. این ایده بسیار شبیه به موردی است که اکنون بحث کردیم. فرض کنید ذرات بارداری در قطعه‌ای از ماده وجود دارد و مثلاً الکترونی بسیار سریع نزدیک می‌شود (شکل ۹.۳۴). بنابراین، به علت میدان الکتریکی اطراف هسته‌ی اتم، الکترون به طرف هسته کشیده شده، شتاب می‌گیرد، به‌طوری‌که منحنی حرکتش دارای پیچ‌خوردگی یا خمیدگی کمی به طرف هسته است. اگر الکترون با تندی بسیار نزدیک به نور حرکت کند، میدان الکتریکی تولید شده در جهت نقطه‌ی C چقدر است؟ قاعده‌ی ما را به یاد داشته باشید:

^{۳۸}Polarizer

^{۳۹} توضیح مترجم: یعنی از سال ۱۰۵۴ تا ۱۹۵۴ میلادی.

^{۴۰}Bremsstrahlung (تابش ترمزی)

ما حرکت واقعی را در نظر می‌گیریم، آن را با تندی c به عقب منتقل می‌نماییم، و منحنی‌ای که انحنایش اندازه‌ی میدان الکتریکی را می‌دهد به دست می‌آید. این الکترون با تندی v به طرف ما می‌آید، بنابراین حرکت رو به عقبی داریم که کل تصویر در ابعادی کوچکتر، به همان نسبتی که $c - v$ از c کوچکتر است، فشرده شده است.^{۴۱} بنابراین، اگر $1 - v/c \ll 1$ ، انحنای خیلی تند و تیزی در B' وجود دارد، و هنگامی که مشتق دوم منحنی را بگیریم میدان بسیار بزرگی در جهت حرکت به دست می‌آید. بنابراین وقتی الکترون‌های بسیار پرانرژی از میان ماده حرکت می‌کنند، در جهت رو به جلو تابش می‌نمایند. این تابش، برمشتراونگ نامیده می‌شود. در واقع، سینکروترون چندان برای تولید الکترون‌های با انرژی بالا استفاده نمی‌شود، (مگر اینکه می‌توانستیم آن‌ها را به صورت مناسب‌تری از دستگاه خارج نماییم)، بلکه با عبور الکترون‌های پرانرژی از میان «هدف» تنگستن جامد، و تابش فوتون از این اثر برمشتراونگ، فوتون‌های بسیار پرانرژی - تابش گاما - ایجاد می‌شود.



شکل ۳۴.۹. الکترون سریع که از نزدیک هسته عبور می‌کند، در جهت حرکتش انرژی تابش می‌کند.

۶.۳۴ اثر دوپلر^{۴۲}

حال مثال‌های دیگری از آثار چشمه‌های متحرک را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که چشمه، اتم ساکنی باشد که در یکی از بسامدهای طبیعی‌اش، ω نوسان می‌کند. می‌دانیم که بسامد نوری که مشاهده می‌کنیم ω است. اما اکنون مثال دیگری در نظر بگیریم که در آن نوسانگر ساده‌ای داریم که با بسامد ω_1 نوسان می‌کند، و در همان زمان کل اتم، یعنی کل نوسانگر، با تندی v ^{۴۳} در حال حرکت به سمت مشاهده‌گر است. پس حرکت واقعی در فضا، همان‌طور است که در شکل ۳۴.۱۰ (الف) نشان داده شده است. اکنون روش معمول‌مان را به کار می‌بریم، ct را اضافه می‌کنیم؛ یعنی کل منحنی را به عقب منتقل کرده و بنابراین درمی‌یابیم که مانند شکل ۳۴.۱۰ (ب) نوسان می‌کند. در بازه‌ی زمانی مفروض τ ، وقتی نوسانگر مسافت $v\tau$ را می‌پیماید، روی نمودار x' بر حسب ct مسافت $\tau(c - v)$ را طی می‌کند. بنابراین تمام نوسان‌های با بسامد ω_1 در زمان $\Delta\tau$ حال در بازه‌ی زمانی $\Delta t = \Delta\tau(1 - v/c)$ یافته می‌شوند. این نوسان‌ها به هم فشرده می‌شوند، و همین‌طور که منحنی با تندی c به طرف ما می‌آید، نوری با بسامد بالاتر، دقیقاً بالاتر با ضریب فشرده‌سازی

^{۴۱} یعنی هرچه $c - v$ از c کوچکتر باشد (تندی ذره به تندی نور نزدیک‌تر باشد)، به همان نسبت فشرده‌گی منحنی، و تندی انحنای آن بیش‌تر است (توضیح مترجم).

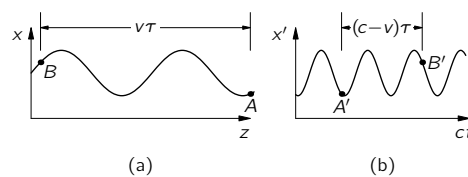
^{۴۲}The Doppler effect

^{۴۳} در متن اصلی سرعت آمده (توضیح مترجم).

را می‌بینیم. پس، نوری با بسامد زیر را مشاهده می‌کنیم:

$$\omega = \frac{\omega_1}{1 - v/c}. \quad (۱۰.۳۴)$$

البته، ما می‌توانیم این وضعیت را به روش‌های مختلف تجزیه و تحلیل کنیم. فرض کنید که اتم به‌جای امواج سینوسی، مجموعه‌ای از تپ‌ها را در بسامد معین ω_1 گسیل نماید. این تپ‌ها در چه بسامدی توسط ما دریافت خواهند شد؟ اولین تپی که وارد می‌شود تأخیر معینی دارد، اما تپ بعدی تأخیر کمتری دارد زیرا در همان بازه‌ی زمانی اتم به گیرنده نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین زمان بین «تپ‌ها» با حرکت کاهش می‌یابد. اگر هندسه‌ی وضعیت را تجزیه و تحلیل کنیم، درمی‌یابیم که بسامد تپ‌ها با ضریب $1/(1 - v/c)$ افزایش یافته است.



شکل ۱۰.۳۴. منحنی‌های $x - z$ و $x' - t$ نوسانگر در حال حرکت

بنابراین، اگر یک اتم معمولی را که بسامد طبیعی ω_0 دارد با تندی v به سمت دریافت‌کننده حرکت دهیم، بسامدی که مشاهده خواهد شد $\omega = \omega_0/(1 - v/c)$ است؟ نه؛ همان‌طور که به‌خوبی می‌دانیم، به علت اتساع نسبیتی^{۴۴} در آهنگ گذر زمان، بسامد طبیعی ω_1 اتم در حال حرکت با بسامدی که وقتی اتم ساکن است اندازه گرفته می‌شود، یکسان نیست. پس اگر ω_0 بسامد طبیعی درست باشد، بسامد طبیعی اصلاح شده ω_1 خواهد بود:

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (۱۱.۳۴)$$

بنابراین بسامد مشاهده شده‌ی ω برابر است با:

$$\omega = \frac{\omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c}. \quad (۱۲.۳۴)$$

این جابه‌جایی در بسامد که در وضعیت بالا مشاهده گردید، اثر دوپلر نامیده می‌شود: اگر چیزی به سمت ما حرکت نماید نوری که گسیل می‌کند بنفش‌تر، و اگر از ما دور شود سرخ‌تر به نظر می‌رسد. اکنون دو استنتاج دیگر از همین نتیجه‌ی جالب و مهم را ارائه می‌کنیم. حال فرض کنید، که چشمه بازهم ساکن بوده امواجی در بسامد ω_0 گسیل می‌کند، درحالی‌که ناظر با تندی v در حال حرکت به سمت چشمه

⁴⁴relativistic dilation

است. پس از یک دوره‌ی معین t ناظر به موقعیت جدیدی در فاصله‌ی vt از جایی که در $t = 0$ بوده است منتقل شده است. چند رادیان فاز توسط او دیده شده است؟ تعداد معین $\omega_0 t$ ، از هر نقطه‌ی ثابت عبور کرده، و به علاوه ناظر با حرکت خودش از تعداد بیشتری عبور نموده، یعنی تعداد $vt k_0$ (تعداد رادیان‌ها بر متر ضرب در مسافت). بنابراین تعداد کل رادیان‌ها در زمان t ، یا بسامد مشاهده شده، برابر با $\omega_1 = \omega_0 + k_0 v$ خواهد بود. ما این تجزیه و تحلیل را از دید یک شخص ساکن انجام دادیم؛ می‌خواهیم بدانیم برای شخص در حال حرکت چگونه به نظر خواهد رسید. در این جا ما دوباره برای تفاوت در آهنگ ساعت‌ها برای دو ناظر، یعنی اینکه زمان را باید بر $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ تقسیم کنیم، نگران هستیم. بنابراین اگر k_0 عدد موج، تعداد رادیان (ها) بر متر در جهت حرکت، و ω_0 بسامد باشد، بسامد مشاهده شده برای شخص در حال حرکت برابر است با:

$$\omega = \frac{\omega_0 + k_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (13.34)$$

در مورد نور می‌دانیم که $k_0 = \omega_0/c$. بنابراین در این مسئله‌ی خاص، معادله‌ی بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$\omega = \frac{\omega_0 (1 + v/c)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (14.34)$$

که کاملاً بی‌شباهت به فرمول (۱۲.۳۴) به نظر می‌رسد! آیا بسامدی که اگر به سمت چشمه حرکت نماییم مشاهده می‌نماییم با بسامدی که اگر چشمه به سمت ما حرکت کند می‌بینیم متفاوت است؟

البته نه! نظریه‌ی نسبیت می‌گوید که این دو باید دقیقاً برابر باشند. اگر ما به اندازه‌ی کافی ریاضیدان‌های خبره‌ای باشیم احتمالاً تشخیص خواهیم داد که این دو عبارت ریاضی دقیقاً برابر هستند! در واقع، لزوم تساوی این دو عبارت یکی از روش‌هایی است که به وسیله‌ی آن بعضی از مردم مایل‌اند نشان دهند که نسبیت مستلزم اتساع زمان است، زیرا اگر این ضرایب ریشه‌ی دوم را در آن قرار ندهیم، دیگر برابر نخواهند بود.

چون ما درباره‌ی نسبیت اطلاعاتی داریم، بیایید بحث بالا را به روش سومی هم تجزیه و تحلیل کنیم، که ممکن است مقداری عمومی‌تر به نظر برسد (در واقع تمام این روش‌ها یکسان هستند، زیرا فرقی ندارد تجزیه و تحلیل چگونه انجام شود!). براساس نظریه‌ی نسبیت بین مکان و زمانی که توسط دو شخص در حال حرکت نسبت به هم مشاهده می‌شود ارتباطی وجود دارد. ما این روابط را خیلی پیشتر (فصل ۱۶) نوشتیم.

این روابط تبدیل لورنتز^{۴۵} و معکوس آن است:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, & x &= \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ t' &= \frac{t + vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, & t &= \frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (۱۵.۳۴)$$

اگر ما هنوز روی زمین ایستاده بودیم، شکل موج $\cos(\omega t - kx)$ بوده و تمام گره‌ها و بیشینه‌ها و کمینه‌ها از این شکل پیروی خواهند کرد. اما شخص در حال حرکتی که همان موج فیزیکی را مشاهده می‌کند، چه چیزی خواهد دید؟ جایی که میدان صفر است، مکان‌های همه‌ی گره‌ها یکسانند (وقتی میدان صفر است، هرکسی میدان را صفر اندازه می‌گیرد)؛ این یک ناوردای نسبیتی^{۴۶} است. بنابراین این شکل برای اشخاص دیگر نیز یکسان است، به جز اینکه باید آن را به چارچوب مرجع خودش تبدیل نماییم:

$$\cos(\omega t - kx) = \cos \left[\omega \frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - k \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right].$$

اگر عبارات داخل براکت را دسته‌بندی مجدد کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \cos(\omega t - kx) &= \cos \left[\underbrace{\frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}_{\omega'} t' - \underbrace{\frac{k + v\omega/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}_{k'} x' \right] \\ &= \cos [\omega' t' - k' x']. \end{aligned} \quad (۱۶.۳۴)$$

باز این یک موج است، موج کسینوسی، که در آن یک ثابت، بسامد معین ω' ، ضرب در t' ، و ثابت دیگر k' ضرب در x' ، وجود دارد. ما k' را عدد موج، یا تعداد امواج بر متر، برای شخص دیگر می‌نامیم. بنابراین شخص دیگر بسامد و عدد موج جدیدی را خواهد دید که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$\omega' = \frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (۱۷.۳۴)$$

$$k' = \frac{k + v\omega/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (۱۸.۳۴)$$

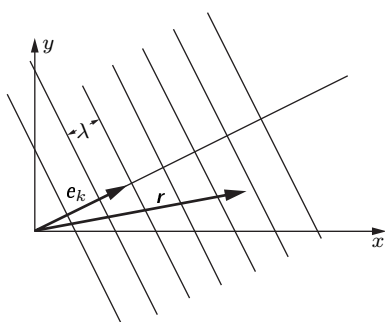
اگر به معادله‌ی (۱۷.۳۴) نگاه کنیم، می‌بینیم که همان فرمول (۱۳.۳۴) است که ما با بحث فیزیکی بیشتری به‌دست آوردیم.

⁴⁵Lorentz transformation

⁴⁶relativistic invariant transformation

۷.۳۴ چهار بردار^{۴۷} k و ω

روابطی که در معادلات (۱۷.۳۴) و (۱۸.۳۴) نشان داده شده بسیار جالبند، زیرا این روابط می‌گویند بسامد جدید ω' ترکیبی از بسامد قدیمی ω و عدد موج قدیمی k است، و عدد موج جدید ترکیبی از عدد موج و بسامد قدیمی است. حال عدد موج آهنگ تغییر فاز با مسافت، و بسامد آهنگ تغییر فاز با زمان است، و در این عبارات، شباهت نزدیک با تبدیل لورنتز برای مکان و زمان مشاهده می‌کنیم: اگر ω مانند t ، و k مشابه x تقسیم بر c^2 تصور شود، آنگاه ω' جدید مانند t' و k' جدید مشابه x'/c^2 خواهد بود. یعنی، ω و k تحت تبدیل لورنتز به همان روشی تبدیل خواهند شد که x و t تبدیل می‌شوند. آن‌ها چیزی را تشکیل می‌دهند که ما چهار-بردار می‌نامیم؛ وقتی کمیتی چهار مؤلفه دارد که مانند زمان و مکان تبدیل می‌شوند، این کمیت چهار-بردار است. پس همه چیز به نظر درست می‌آید، مگر در مورد یک چیز، گفتیم که یک چهار-بردار باید چهار مؤلفه داشته باشد؛ دو مؤلفه‌ی دیگر کجا هستند؟ دیدیم که ω و k مانند زمان و مکان در یک جهت مکانی هستند، اما نه در تمام جهات. بنابراین باید مسئله‌ی انتشار نور در سه بعد مکان را بررسی کنیم، نه فقط در یک جهت، آن‌طور که تاکنون انجام داده‌ایم.



شکل ۱۱.۳۴. موج تخت در حال حرکت در جهت مایل.

فرض کنید دستگاه مختصات x, y, z داریم و موجی در حال حرکت که جبهه‌هایش مانند شکل ۱۱.۳۴ است. طول موج این موج λ است، اما جهت حرکت موج در جهت هیچ یک از محورها نیست. فرمول چنین موجی چیست؟ جواب به‌وضوح $\cos(\omega t - kx)$ است، که $k = 2\pi/\lambda$ و s مسافت در امتداد حرکت موج، یعنی مؤلفه‌ی موقعیت مکانی در جهت حرکت، است. بیایید s را به روش زیر در این عبارت قرار دهیم: اگر r مکان برداری نقطه‌ای در فضا باشد، آنگاه s برابر با $r \cdot e_k$ است، که e_k بردار یکه در جهت حرکت است. یعنی، s دقیقاً $r \cos(r, e_k)$ است، مؤلفه‌ی مسافت در جهت حرکت. بنابراین موج ما $\cos(\omega t - k e_k \cdot r)$ است. اکنون بسیار مناسب است بردار k را که بردار موج نامیده می‌شود و بزرگی آن برابر با عدد موج $2\pi/\lambda$ بوده و جهت انتشار امواج را نشان می‌دهد، تعریف کنیم:

$$k = 2\pi e_k / \lambda = k e_k. \quad (۱۹.۳۴)$$

⁴⁷Four-vector

با استفاده از این بردار، موج ما می‌تواند به صورت $\cos(\omega t - k \cdot r)$ ، یا به صورت $\cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)$ نوشته شود. معنی مؤلفه‌ی k ، مثلاً k_x چیست؟ به وضوح، k_x آهنگ تغییر فاز نسبت به x است. با مراجعه به شکل ۱۱.۳۴، می‌بینیم که تغییرات فاز با x ، دقیقاً مثل این است که موجی در امتداد x باشد، اما با طول موجی بلندتر. «طول موج در جهت x » از طول موج طبیعی، طول موج واقعی که با سکانت زاویه α بین جهت واقعی انتشار و محور x داده می‌شود، بلندتر است:

$$\lambda_x = \lambda / \cos \alpha. \quad (۲۰.۳۴)$$

بنابراین نرخ تغییر فاز، که متناسب با معکوس λ_x است، با ضریب $\cos \alpha$ کوچک‌تر است؛ این دقیقاً چگونگی تغییر k_x است، اندازه‌ی k ضرب در کسینوس زاویه‌ی بین k و محور x !

پس این خاصیت بردار موج است که ما برای نمایش موج در سه بعد استفاده کردیم. چهار کمیت ω ، k_x ، k_y و k_z در نسبت مانند یک چهار-بردار تبدیل می‌شوند، درحالی‌که ω متناظر با زمان، و k_x ، k_y و k_z متناظر با مؤلفه‌های x ، y و z چهار-بردار هستند.

در بحث قبلی از نسبت خاص (فصل ۱۷)، یاد گرفتیم که روش‌هایی برای تشکیل حاصل ضرب‌های نقطه‌ای نسبیتی با چهار-بردارها وجود دارد. اگر از بردار مکان x_μ ، که μ نماد چهار مؤلفه (زمان و سه مؤلفه‌ی مکان) است، استفاده نماییم، و اگر بردار موج را k_μ بنامیم، که μ مجدداً چهار مقدار دارد، زمان و سه مقدار مکانی، آنگاه حاصل ضرب نقطه‌ای k_μ و x_μ به صورت $\sum' k_\mu x_\mu$ نوشته می‌شود (فصل ۱۷ را ببینید). این حاصل ضرب نقطه‌ای که ناورد است، یعنی مستقل از دستگاه مختصات است؛ برابر با چیست؟ با تعریف این حاصل ضرب نقطه‌ای در چهار بعد خواهیم داشت:

$$\sum' k_\mu x_\mu = \omega t - k_x x - k_y y - k_z z. \quad (۲۱.۳۴)$$

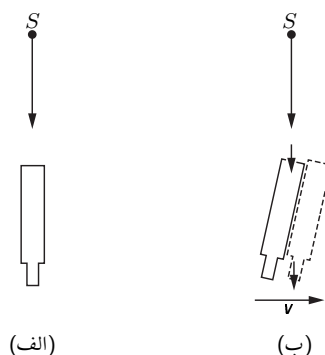
ما از مطالعه‌ی مان در مورد بردارها می‌دانیم که چون k_μ چهار-بردار است، $\sum' k_\mu x_\mu$ تحت تبدیل لورنتز ناورد است. اما این کمیت دقیقاً همان چیزی است که برای موج تخت داخل کسینوس ظاهر می‌شود، و باید تحت تبدیل لورنتز ناورد باشد. ما نمی‌توانیم فرمولی با چیزی که داخل کسینوس تغییر می‌کند داشته باشیم، چون می‌دانیم که با تغییر دستگاه مختصات، فاز موج نمی‌تواند تغییر کند.

۸.۳۴ ابیراهی^{۴۸}

برای به دست آوردن معادلات (۱۷.۳۴) و (۱۸.۳۴)، مثال ساده‌ای را که k اتفاقاً در جهت حرکت بود در نظر گرفتیم، البته می‌توانیم این بحث را به موارد دیگر نیز تعمیم دهیم. برای مثال، فرض کنید چشمه‌ای داریم که نور را در جهت معینی از دید شخص ساکن می‌فرستد، اما ما در حال حرکت روی زمین هستیم،

⁴⁸ Aberration

مانند شکل ۱۲.۳۴. به نظر می‌رسد نور از کدام جهت می‌آید؟ برای پیدا کردن جواب، باید چهار مؤلفه‌ی k_μ را بنویسیم و تبدیل لورنتز را اعمال نماییم.



شکل ۱۲.۳۴. چشمه‌ی دور S از دیدگاه الف) تلسکوپ ساکن، و ب) تلسکوپی که نسبت به چشمه حرکت عرضی دارد.

اما، می‌توان پاسخ را با استدلال زیر پیدا نمود: برای دیدن نور باید تلسکوپ‌مان را مایل کنیم. چرا؟ چون نور با تندی c پایین می‌آید، و ما با تندی v در حال حرکت عرضی هستیم، بنابراین تلسکوپ باید به سمت جلو مایل شود تا نوری که پایین می‌آید «مستقیماً» از لوله‌ی تلسکوپ پایین رود. بسیار ساده است ببینیم وقتی که مسافت عمودی ct است، مسافت افقی vt می‌باشد، بنابراین، اگر زاویه‌ی میل (انحراف) باشد $\tan \theta' = v/c$. چقدر زیبا! این نتیجه‌گیری واقعاً زیباست؛ به جز یک چیز کوچک: θ' زاویه‌ای که باید تلسکوپ را نسبت به زمین تنظیم نماییم نیست، چرا که ما تجزیه و تحلیل‌مان را از دید ناظر «ثابت» انجام داده‌ایم. وقتی می‌گوییم vt مسافت افقی است، شخص روی زمین مسافت متفاوتی را پیدا کرده است، زیرا با خط کش «فشرده شده» اندازه می‌گیرد. معلوم است که، به دلیل اثر انقباض^{۴۹}

$$\tan \theta = \frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (22.34)$$

که معادل است با

$$\sin \theta = v/c. \quad (23.34)$$

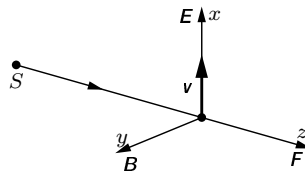
برای دانشجو آموزنده است با استفاده از تبدیل لورنتز این نتیجه را به دست بیاورد.

این اثر، که تلسکوپ باید مایل شود، ابیراهی نامیده می‌شود، و اثری دیده شده است. ما چگونه می‌توانیم مشاهده‌اش کنیم؟ چه کسی می‌تواند بگوید یک ستاره‌ی مفروض کجا باید باشد؟ فرض کنید برای دیدن ستاره مجبوریم به سمتی اشتباه نگاه کنیم؛ چگونه بدانیم این سمت اشتباهی است؟ چون زمین دور خورشید می‌چرخد. امروزه ناچاریم تلسکوپ را به سمتی قرار دهیم؛ شش ماه بعد ناچار می‌شویم تلسکوپ را به سمتی دیگر مایل نماییم. به این صورت می‌توانیم بگوییم که چنین اثری وجود دارد.

⁴⁹contraction effect

۹.۳۴ تکانه‌ی نور

اکنون به موضوع متفاوتی توجه می‌کنیم. ما در تمام بحث‌های فصول گذشته، چیزی درباره‌ی آثار میدان مغناطیسی همراه با نور نگفته‌ایم. به طور معمول، اثرات میدان مغناطیسی بسیار کوچک هستند، اما یک اثر جالب و مهم وجود دارد که نتیجه‌ی میدان مغناطیسی است. فرض کنید که نور از چشمه‌ای می‌آید و بر باری اثر کرده و آن را بالا و پایین می‌برد. فرض می‌کنیم که میدان الکتریکی در جهت x است، به‌طوری که حرکت بار نیز در جهت x است: بار در مکان x است و سرعت v دارد، همان‌طور که در شکل ۱۳.۳۴ نشان داده شده است. میدان مغناطیسی بر میدان الکتریکی عمود است. حال همان‌طور که میدان الکتریکی روی بار عمل کرده و آن را بالا و پایین می‌برد، میدان مغناطیسی چه کاری انجام می‌دهد؟ میدان مغناطیسی فقط وقتی روی بار (فرضاً الکترون) عمل می‌کند که بار در حال حرکت باشد؛ اما الکترون در حال حرکت است، و توسط میدان الکتریکی رانده می‌شود، به‌طوری که هر دو میدان باهم عمل می‌کنند: تازمانی که چیزی بالا و پایین می‌رود سرعت دارد و نیروی مغناطیسی روی آن اعمال می‌شود، B ضرب در v ضرب در q ؛ اما این نیرو در کدام جهت است؟ این نیرو در جهت انتشار نور است. بنابراین، وقتی نور در حال درخشیدن روی بار بوده و بار در پاسخ به آن نور نوسان می‌کند، نیروی محرکه‌ای در جهت باریکه‌ی نور وجود دارد. این نیرو، فشار تابش یا فشار نور نامیده می‌شود. بیایید اندازه‌ی فشار تابش را تعیین کنیم.



شکل ۱۳.۳۴. نیروی مغناطیسی وارد بر باری که توسط میدان الکتریکی در جهت باریکه‌ی نور رانده شده است.

فشار تابش مشخصاً برابر با $F = qvB$ یا چون همه چیز در حال نوسان است، میانگین زمانی این است، $\langle F \rangle$. طبق معادله‌ی (۲.۳۴) شدت میدان مغناطیسی همان شدت میدان الکتریکی تقسیم بر c است، بنابراین نیاز داریم میانگین میدان الکتریکی ضرب در تندی^{۵۰} ضرب در بار ضرب در $1/c$ را پیدا کنیم: $\langle F \rangle = q \langle vE \rangle / c$. اما بار q ضرب در میدان E نیروی الکتریکی وارد بر بار است و نیروی وارد بر بار ضرب در تندی، کار انجام شده‌ی dW/dt روی بار است! بنابراین این نیرو، یا «تکانه‌ی فشار دادن»، که در ثانیه توسط نور تحویل داده شده، برابر با $1/c$ ضرب در انرژی جذب شده از نور در ثانیه است! این قاعده‌ای کلی است، چون ما نمی‌گوییم نوسانگر چقدر شدید بوده، یا بعضی از بارها حذف شده‌اند. در هر شرایط جایی که نور جذب شده باشد، فشاری وجود دارد. تکانه‌ای که نور تحویل می‌دهد همیشه برابر

^{۵۰}در متن اصلی سرعت آمده (توضیح مترجم).

است با انرژی جذب شده، تقسیم بر c :

$$\langle F \rangle = \frac{dW/dt}{c}. \quad (24.34)$$

اینکه نور انرژی حمل می کند را از قبل می دانیم. اکنون درمی یابیم که نور تکانه نیز حمل می کند، و به علاوه اینکه این تکانه ی حمل شده همیشه برابر با $1/c$ ضرب در انرژی است.

وقتی نور از چشمه ای گسیل می شود اثر پس زنی وجود دارد: بازگشت همان چیز. اگر اتم در حال گسیل انرژی W در یک جهت باشد، تکانه ی پس زنی $p = W/c$ وجود دارد. اگر نور به طور معمول از آینه ای بازتابیده شود، نیروی دو برابر خواهیم داشت.

تا آن جایی که از نظریه ی کلاسیک نور استفاده کنیم همین طور است. البته می دانیم که نظریه ی کوانتوم وجود دارد، و از بسیاری از جهات نور مانند ذره عمل می کند. انرژی نور-ذره^{۵۱} برابر است با یک ثابت ضرب در بسامد:

$$W = h\nu = \hbar\omega. \quad (25.34)$$

حال دقت می کنیم که نور تکانه ای برابر با انرژی تقسیم بر c نیز حمل می نماید، به طوری که این ذرات موثر، یا فوتون ها، تکانه ی زیر را نیز حمل می کنند:

$$p = W/c = \hbar\omega/c = \hbar k. \quad (26.34)$$

البته، جهت تکانه جهت انتشار نور است. بنابراین، به شکل برداری داریم:

$$W = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (27.34)$$

البته، هم چنین می دانیم که انرژی ذره باید تشکیل چهار-بردار دهند. ما همین الان پی بردیم که ω و k تشکیل چهار-بردار می دهند. بنابراین چیز خوبی است که معادله ی (۲۷.۳۴) در هر دو حالت ثابت یکسانی دارد؛ این بدین معنی است که نظریه ی کوانتوم و نظریه ی نسبیت باهم سازگارند.

معادله ی (۲۷.۳۴) می تواند با ظرافت بیشتری به صورت $p_\mu = \hbar k_\mu$ نوشته شود، که معادله ای نسبیتی برای ذره ی همراه با موج است. اگرچه این بحث را فقط برای فوتون ها کرده ایم، که برای آن k (بزرگی بردار k) برابر با ω/c و $P = W/c$ است، اما این رابطه بسیار کلی تر است. در مکانیک کوانتومی تمام ذرات، نه فقط فوتون ها، خواص موج مانند نمایش می دهند، اما بسامد و عدد موج امواج بنا به معادلات (۲۷.۳۴) (که روابط دو بروی^{۵۲} نامیده می شود) به انرژی و تکانه ی ذرات وابسته است حتی وقتی P برابر با W/c نباشد.

⁵¹wavelike properties

⁵²de Broglie relations

در فصل گذشته دیدیم که باریکه‌ی نور قطبیده‌ی دایره‌ای راست‌گرد یا چپ‌گرد^{۵۳}، تکانه‌ی زاویه‌ای^{۵۴} نیز حمل می‌کند که اندازه‌ی آن متناسب با انرژی موج ϵ است. در تصویر کوانتومی، باریکه‌ی نور قطبیده‌ی دایره‌ای به عنوان جریانی از فوتون‌هایی که هرکدام تکانه‌ی زاویه‌ای $\pm \hbar$ را در جهت انتشار حمل می‌کنند محسوب می‌شود. این چیزی است که از دیدگاه ذره‌ای درمورد قطبش رخ می‌دهد. فوتون‌ها مانند گلوله‌های در حال چرخش تفنگ، تکانه‌ی زاویه‌ای حمل می‌کنند. اما این تصویر «گلوله‌ای» در واقع به همان اندازه‌ی تصویر «موجی» ناقص است، و ما باید در فصلی جلوتر با عنوان رفتار کوانتومی این ایده‌ها را به‌طور کامل‌تری بحث نماییم.

⁵³right or left circularly polarized light

⁵⁴angular momentum