

شناسنامه

The Feynman Lectures on Physics, Vol. 1, Ch. 23

درسنامه‌های فیزیک فاینمن، جلد ۱، فصل ۲۳

مترجم: شقایق صمدزاده

ویراستار: اسرا رضافدایی

حروفچین: نگین باقری نقره‌ای

نسخه‌ی ۱۰۱ پاییز ۱۳۹۹

حلقه‌ی مترجمان ژرفا

این اثر با کسب مجوز از ناشر بین‌المللی به منظور انتشار رایگان نسخه‌ی الکترونیکی آن تهیه شده است و حق نشر آن برای انجمن علمی ژرفا مستقر در دانشگاه صنعتی شریف محفوظ می‌باشد. ایرادات این نسخه را با ما در میان بگذارید و در پیشبرد این پروژه‌ی عام‌المنفعه مشارکت کنید.

این صفحه از قصد خالی گذاشته شده است.

فصل ۲۳

تشدید

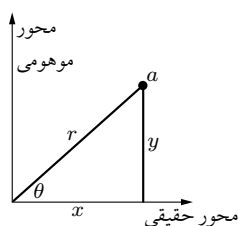
۱.۲۳ اعداد مختلط و حرکت هماهنگ

در این فصل بحث‌های خود را در زمینه‌ی نوسان‌ساز هماهنگ و به‌ویژه نوسان‌ساز هماهنگ حاصل از یک نیروی اعمالی را با استفاده از یک تکنیک جدید در آنالیز ریاضی پی می‌گیریم. در فصل گذشته نظریه‌ی اعداد مختلط را بیان کردیم و گفتیم که یک عدد مختلط از دو بخش حقیقی و موهومی تشکیل شده و می‌تواند در یک نمودار نشان داده شود به‌طوری که محور عمودی نشان‌دهنده‌ی بخش موهومی و محور افقی نشان‌دهنده‌ی بخش حقیقی است. اگر a یک عدد مختلط باشد می‌توانیم آن را به صورت $a = a_r + ia_i$ بنویسیم که r زیروند a به معنای بخش حقیقی^۱ و i زیروند a نشان‌دهنده‌ی بخش موهومی^۲ a هست. با مراجعه به شکل ۱.۲۳ در می‌یابیم که عدد مختلط $a = x + iy$ را می‌توان به صورت $x + iy = re^{i\theta}$ نوشت به‌طوری که $aa^* = r^2 = x^2 + y^2 = (x - iy)(x + iy)$ (مزدوج مختلط a به صورت a^* نوشته می‌شود که از معکوس کردن علامت i در a به دست می‌آید). پس همان‌طور که گفته شد عدد مختلط را به دو شکل متفاوت می‌توان نشان داد: یک قسمت حقیقی به علاوه‌ی یک قسمت موهومی یا یک دامنه‌ی r و زاویه‌ی فاز θ . با داشتن r و θ ، مسلماً x و y برابر $r \cos \theta$ و $r \sin \theta$ می‌شود و با داشتن عدد مختلط $x + iy$ ، دامنه عبارت می‌شود از $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ، همچنین $\tan \theta = y/x$ نسبت قسمت موهومی به قسمت حقیقی است.

ما قصد داریم اعداد مختلط را با استفاده از راه حل زیر برای آنالیز پدیده‌های فیزیکی به کار بگیریم. مثال‌های زیادی برای نوسان‌کننده‌ها داریم. نوسان ممکن است یک نیروی محرکه داشته باشد که برابر یک ثابت مشخص ضرب در $\cos \omega t$ است. حال این نیرو، $F = F_0 \cos \omega t$ ، می‌تواند به عنوان بخش حقیقی یک عدد مختلط به صورت $F = F_0 e^{i\omega t}$ نوشته شود. چون $e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$ است. دلیل این

¹real part

²imaginary part



شکل ۱.۲۳: یک عدد مختلط می‌تواند به صورت یک نقطه در صفحه‌ی مختلط نشان داده شود.

کار این است که کارکردن با تابع نمایی e^z آسان‌تر از تابع کسینوسی است. بنابراین راه حل ما این است که نشان دهیم تابع نوسانی ما قسمت حقیقی یک تابع مختلط خاص است. عدد مختلط F که پیش‌تر تعریف کردیم دارای مفهوم فیزیکی واقعی نیست. برای این که هیچ نیرویی در فیزیک به صورت مختلط وجود ندارد. نیروهای واقعی قسمت موهومی ندارند و فقط دارای بخش حقیقی هستند. ما با این حال نیرو را به صورت $F = F_0 e^{i\omega t}$ مورد بحث قرار می‌دهیم. اما نیروی واقعی قسمت حقیقی این عبارت است.

اجازه دهید مثالی دیگر بزنیم. فرض کنید می‌خواهیم یک نیرو را که یک موج کسینوسی است با تأخیر فاز Δ نشان دهیم. این تأخیر قطعاً بخش حقیقی $F_0 e^{i(\omega t - \Delta)}$ خواهد بود اما تابع نمایی e را می‌توان به شکل $e^{i(\omega t - \Delta)} = e^{i\omega t} e^{-i\Delta}$ نوشت. همان‌طور که می‌بینیم جبر توابع نمایی e بسیار آسان‌تر از توابع سینوسی و کسینوسی است و به همین خاطر از اعداد مختلط استفاده می‌کنیم.

اغلب می‌نویسیم

$$F = F_0 e^{-i\Delta} e^{i\omega t} = \hat{F} e^{i\omega t}. \quad (۱.۲۳)$$

علامت $(\hat{})$ را بالای F می‌نویسیم تا به خودمان یادآوری کنیم که این کمیت یک عدد مختلط است. در واقع

$$\hat{F} = F_0 e^{-i\Delta}.$$

اکنون اجازه دهید مسئله‌ای را با استفاده از اعداد مختلط حل کنیم تا ببینیم می‌توانیم برای موارد واقعی مساله‌ای را حل کنیم یا نه. برای مثال اجازه دهید مسئله‌ی زیر را حل کنیم.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = \frac{F}{m} = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad (۲.۲۳)$$

در معادله‌ی بالا F نیرویی است که نوسان‌گر را به حرکت در می‌آورد و x جابه‌جایی است. اکنون اگرچه ممکن است به نظر غیرمعقول باشد، F و x را فقط برای ریاضیات ساده‌تر دو عدد مختلط در نظر می‌گیریم. این کار به این خاطر است که بگوییم x یک بخش حقیقی و یک بخش موهومی و یک بخش حقیقی ضرب در i دارد و F نیز یک بخش حقیقی و یک بخش موهومی ضرب در i دارد.

³exponential

حال ما اگر پاسخ (۲.۲۳) را به صورت مختلط داشتیم و اعداد مختلط را در معادله جایگذاری می‌کردیم به نتیجه زیر می‌رسیدیم:

$$\frac{d^2(x_r + ix_i)}{dt^2} + \frac{k(x_r + ix_i)}{m} = \frac{F_r + iF_i}{m}$$

یا

$$\frac{d^2x_r}{dt^2} + \frac{kx_r}{m} + i\left(\frac{d^2x_i}{dt^2} + \frac{kx_i}{m}\right) = \frac{F_r}{m} + \frac{iF_i}{m}.$$

حال از آنجایی که دو عدد مختلط زمانی با هم برابر می‌شوند که قسمت حقیقی آن‌ها با هم و قسمت موهومی آن‌ها با هم برابر باشند؛ استنباط می‌کنیم که بخش حقیقی x ، معادله را با بخش حقیقی F ارضا می‌کند. به هر حال باید تأکید کنیم که این جدا کردن به یک بخش حقیقی و یک بخش موهومی در کل مجاز نیست. این کار فقط برای معادلات خطی مجاز است که در آن ترم x فقط به صورت توان صفرم یا توان اول ظاهر می‌شود.

مثلاً اگر در معادله یک ترم λx^2 وجود داشت بنابراین ما با جایگذاری کردن $x_r + ix_i$ خواهیم داشت $\lambda(x_r + ix_i)^2$ و وقتی بخش حقیقی و موهومی آن جدا شود خواهیم دید که $\lambda(x_r^2 - x_i^2)$ بخش حقیقی و $2i\lambda x_r x_i$ بخش موهومی خواهد شد. می‌بینیم که بخش حقیقی فقط شامل λx_r^2 نیست و دارای $-\lambda x_i^2$ در این مورد ما به یک معادله‌ی متفاوت با معادله‌ای که می‌خواستیم حل کنیم برمی‌خوریم چون چیزی که خودمان به طور ساختگی برای آنالیز ریاضی استفاده کردیم با x_i مخلوط شده. حال اجازه دهید روش جدیدمان را برای مسئله‌ی نیروی نوسان‌گر که قبلاً روش حل آن را فراگرفتیم امتحان کنیم. تلاش می‌کنیم مسئله‌ی (۲.۲۳) را حل کنیم

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = \frac{\hat{F}e^{i\omega t}}{m}, \quad (3.23)$$

که در آن $\hat{F}e^{i\omega t}$ یک عدد مختلط است. قطعاً x هم یک عدد مختلط خواهد بود اما قانونمان را به یاد داشته باشید: قسمت حقیقی را در نظر بگیرید تا بفهمید چه اتفاقی حقیقتاً در حال وقوع است. بنابراین ما تلاش می‌کنیم مسئله (۳.۲۳) را با این حکم، حل کنیم. دربارهی راه حل‌های دیگر بعداً بحث می‌کنیم. پاسخ مسئله و نیروی اعمالی در آن مسئله هم فرکانس هستند. و یک دامنه‌ی نوسان و یک فاز دارد بنابراین این پاسخ هم می‌تواند به صورت یک عدد مختلط $\hat{x}$ نشان داده شود که دامنه آن نشان‌دهنده‌ی نوسان x و فاز آن نشان‌دهنده‌ی تأخیر زمانی این نوسان نسبت به نیروی اعمالی است. حال ویژگی شگفت انگیز تابع نمایی e این است که $\frac{d\hat{x}e^{i\omega t}}{dt} = i\omega\hat{x}e^{i\omega t}$. وقتی از یک تابع نمایی e مشتق می‌گیریم، توان را به عنوان یک ضریب ساده پایین می‌آوریم. مشتق دوم هم همین عمل را انجام می‌دهد و یک $i\omega$ دیگر را به عنوان ضریب پایین می‌آورد. بنابراین با در نظر گرفتن اینکه معادله برای $\hat{x}$ چگونه است می‌توان به سرعت محاسبات لازم را انجام داد. هر بار که یک نماد دیفرانسیل را دیدیم یک ضریب $i\omega$ اضافه می‌کنیم. حال عمل مشتق‌گیری

به راحتی عمل ضرب است. ایده‌ی استفاده کردن از تابع نمایی e در معادلات دیفرانسیلی خطی به بزرگی ابداع لگاریتم‌هاست که در آن عمل جمع جایگزین ضرب می‌شود. در استفاده از تابع نمایی e عمل ضرب جایگزین عمل مشتق‌گیری می‌شود. به این ترتیب معادله ما به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$(i\omega)^2 \hat{x} + (k\hat{x}/m) = \hat{F}/m. \quad (۴.۲۳)$$

(جمله‌ی مشترک $e^{i\omega t}$ را از دو طرف ساده کردیم). ببینید چقدر ساده است! معادلات دیفرانسیلی به سرعت و به صورت چشمی به معادلات جبری ساده تبدیل می‌شود. ما سرانجام پاسخ را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}/m}{(k/m) - \omega^2},$$

و پاسخ می‌تواند با جایگذاری $\omega_0^2 = k/m$ به صورت زیر ساده شود.

$$\hat{x} = \hat{F}/m(\omega_0^2 - \omega^2). \quad (۵.۲۳)$$

این همان پاسخی است که قبلاً داشتیم. از آن جا که $m(\omega_0^2 - \omega^2)$ یک عدد حقیقی است، زاویه‌ی فاز $\hat{F}$ و $\hat{x}$ یکسان هستند (یا اگر $\omega^2 > \omega_0^2$ باشد، 180° اختلاف دارند). همان‌طور که پیش‌تر گفتیم دامنه‌ی $\hat{x}$ که طول نوسان را اندازه می‌گیرد برابر است با اندازه‌ی $\hat{F}$ در فاکتور $\frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$. مقدار این فاکتور زمانی که ω تقریباً برابر ω_0 می‌شود بسیار بزرگ می‌شود. بنابراین با اعمال دقیق فرکانس ω پاسخ بسیار قوی دریافت خواهیم کرد.

(اگر پاندول را در انتهای رشته نگه داریم و رشته را درست در فرکانس پاندول تکان دهیم می‌توانیم تا ارتفاع خیلی زیادی آن را به نوسان در بیاوریم).

۲.۲۳ نوسان‌گر همراه با نیروی تحمیلی با میرایی

ادامه‌ی بحث این است که چطور حرکت نوسانی را با تکنیک‌های زیبای ریاضیاتی آنالیز کنیم. اما تمام زیبایی تکنیک‌ها در مسئله‌ای مانند بالا که به آسانی می‌تواند با روش‌های دیگر حل شود، نشان داده نمی‌شود. فقط زمانی این زیبایی آشکار می‌شود که مسائل ساده را به مسائل پیچیده‌تری گسترش داد. بنابراین اجازه دهید مسئله‌ی سخت‌تری را حل کنیم که می‌شود گفت مسئله‌ی پیشین را از حالت ایده آل به حالت واقعی‌تری تبدیل می‌کند. معادله (۵.۲۳) می‌گوید که اگر فرکانس ω دقیقاً برابر با ω_0 بشود ما پاسخ بی‌نهایت خواهیم داشت. البته در حقیقت این پاسخ بی‌نهایت اتفاق نمی‌افتد به این خاطر که عوامل دیگر مانند اصطکاک که تا به حال ما آن را نادیده می‌گرفتیم، پاسخ را محدود می‌کند. پس بیایید یک ترم اصطکاک به معادله‌ی (۲.۲۳) اضافه کنیم.

معمولاً مسائل این چنینی به خاطر ویژگی و پیچیدگی ترم اصطکاک بسیار دشوار هستند. با این وجود تعریف‌های زیادی در این باره وجود دارد که نیروی اصطکاک متناسب با سرعت جسم است. یک مثال برای این اصطکاک در حرکت آهسته‌ی یک جسم در روغن یا یک مایع غلیظ است. زمانی که جسم ساکن ایستاده هیچ نیرویی وجود ندارد. اما هرچه جسم سریع‌تر حرکت کند روغن مجبور است سریع‌تر خلاف جهت جسم حرکت کند و مقاومت بیشتر خواهد شد. بنابراین ما فرض می‌کنیم که در (۲.۲۳) ترم دیگری به عنوان نیروی مقاومتی که متناسب با بردار سرعت است وجود دارد: $F_f = -c \frac{dx}{dt}$. مناسب‌تر خواهد بود که در محاسبات ریاضی خود برای ساده‌تر شدن معادله ثابت c را m در γ در نظر بگیریم. این کار مانند جایگذاری $m\omega_0^2$ به جای k است که برای ساده‌تر شدن جبر معادله انجام دادیم. بنابراین معادله‌ی ما به شکل زیر خواهد بود:

$$m(d^2x/dt^2) + c(dx/dt) + kx = F \quad (۶.۲۳)$$

با نوشتن $c = m\gamma$ و $k = m\omega_0^2$ و تقسیم طرفین بر m خواهیم داشت:

$$(d^2x/dt^2) + \gamma(dx/dt) + \omega_0^2 x = F/m. \quad (۶.۲۳الف)$$

حال ما معادله را در مناسب‌ترین حالت آن برای حل کردن داریم. اگر γ بسیار کوچک باشد به این معناست که اصطکاک ناچیز است، و اگر مقدار γ زیاد باشد این به معنای وجود مقدار قابل توجهی اصطکاک است. چطور این معادله‌ی دیفرانسیل خطی جدید را حل کنیم؟ تصور کنید که نیروی اعمال شده برابر $F_0 \cos(\omega t + \Delta)$ است. ما می‌توانیم آن را در (۶.۲۳الف) جایگذاری کنیم و آن را حل کنیم. همچنین می‌توانیم آن را با روش جدیدمان حل کنیم. برای این کار ما F را قسمت حقیقی $\hat{F}e^{i\omega t}$ و x را قسمت حقیقی $\hat{x}e^{i\omega t}$ در نظر می‌گیریم و آن‌ها را در معادله‌ی (۶.۲۳الف) جایگذاری می‌کنیم. لزوماً نیاز به نوشتن دوباره‌ی معادله نیست و با یک نگاه می‌توانیم بفهمیم که در نهایت معادله به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$[(i\omega)^2 \hat{x} + \gamma(i\omega)\hat{x} + \omega_0^2 \hat{x}]e^{i\omega t} = (\hat{F}/m)e^{i\omega t}. \quad (۷.۲۳)$$

(به عنوان یک حقیقت اگر ما معادله (۶.۲۳الف) را به روش مستقیم قدیمی حل می‌کردیم، قطعاً جادوی روش مختلط را تحسین می‌کردیم). اگر ما $e^{i\omega t}$ را از دو طرف معادله ساده کنیم می‌توانیم پاسخ $\hat{x}$ را به نیروی اعمالی $\hat{F}$ به دست بیاوریم. خواهیم داشت:

$$\hat{x} = \hat{F}/m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega). \quad (۸.۲۳)$$

این بار هم $\hat{x}$ برابر است با $\hat{F}$ در یک عامل خاص. این عامل نام مخصوصی ندارد و هیچ حرف خاصی هم برای آن تعریف نشده است. اما برای آسان تر کردن صحبت آن را R می‌نامیم.

$$R = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}$$

و

$$\hat{x} = \hat{F}R. \quad (9.23)$$

(با اینکه حروف γ و ω_0 کاربرد عمومی زیادی دارند اما نام خاصی برای R وجود ندارد). این فاکتور R می‌تواند هم به صورت $p+iq$ و هم به صورت یک دامنه مشخص ρ ضرب در $e^{i\theta}$ نوشته شود. بیایید بررسی کنیم که اگر به صورت دامنه‌ی ρ در $e^{i\theta}$ نوشته شود معنای آن چیست:

حال $\hat{F} = F_0 e^{i\Delta}$ و نیروی واقعی F قسمت حقیقی $F_0 e^{i\Delta} e^{i\omega t}$ هست که همان $F_0 = \cos(\omega t + \Delta)$ است. از طرفی رابطه‌ی (۹.۲۳) به ما می‌گوید که $\hat{x}$ برابر است با $\hat{F}R$. بنابراین با نوشتن $R = \rho e^{i\theta}$ خواهیم داشت:

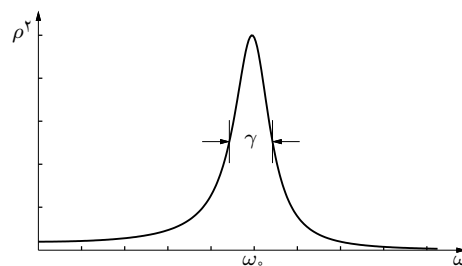
$$\hat{x} = R\hat{F} = \rho e^{i\theta} F_0 e^{i\Delta} = \rho F_0 e^{i(\theta+\Delta)}.$$

سرانجام با نگاهی به عقب می‌بینیم که x حقیقی که قسمت حقیقی عدد مختلط است برابر قسمت حقیقی $\rho F_0 e^{i(\theta+\Delta)} e^{i\omega t}$ است. می‌دانیم که ρ و F_0 حقیقی هستند و قسمت حقیقی $e^{\theta+\Delta+\omega t}$ به سادگی برابر است با $\cos(\omega t + \Delta + \theta)$. بنابراین:

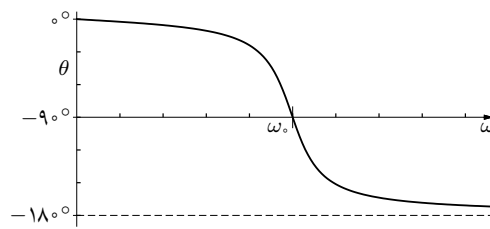
$$x = \rho F_0 \cos(\omega t + \Delta + \theta). \quad (10.23)$$

این رابطه به ما می‌گوید که دامنه‌ی پاسخ برابر است با دامنه‌ی نیروی F ضرب در یک عامل خاص به اسم ρ . این به ما مقدار نوسان را نشان می‌دهد. همچنین به ما می‌گوید که با اینکه x با فازی برابر با فاز نیرو Δ نوسان نمی‌کند اما با شیفیت یافته‌ی آن به اندازه‌ی مقدار θ نوسان می‌کند. بنابراین ρ و θ به ترتیب نشان دهنده‌ی اندازه‌ی پاسخ و مقدار شیفیت فاز پاسخ هستند.

حال بیایید ببینیم ρ چیست. اگر یک عدد مختلط داشته باشیم، مربع دامنه‌ی آن برابر است با عدد مختلط



شکل ۲۰.۲۳: نمودار ρ^2 روی ω

شکل ۳.۲۳: نمودار θ روی ω

ضرب در مزدوج آن بنابراین:

$$\begin{aligned}\rho^2 &= \frac{1}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \\ &= \frac{1}{m^2[(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\omega^2]}.\end{aligned}\quad (11.23)$$

به علاوه، زاویه θ به راحتی پیدا می‌شود. اگر بنویسیم:

$$1/R = 1/\rho e^{i\theta} = (1/\rho)e^{-i\theta} = m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega),$$

می‌بینیم که:

$$\tan \theta = -\gamma\omega/(\omega_0^2 - \omega^2). \quad (12.23)$$

این عدد منفی است به این خاطر که $\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$. مقدار منفی θ بر روی ω اثر می‌گذارد و در نتیجه جابه‌جایی x باعث کاهش نیروی F می‌شود.

شکل ۲.۲۳ نشان می‌دهد چگونه ρ^2 به عنوان تابعی از فرکانس تغییر می‌کند (ρ^2 از نظر فیزیکی جالب‌تر از ρ است، برای اینکه ρ^2 با مربع دامنه و کم و بیش با انرژی که به وسیله نیرو در نوسانگر پخش می‌شود متناسب است). می‌بینیم که اگر γ خیلی کوچک باشد $1/(\omega_0^2 - \omega^2)^2$ مهم‌ترین ترم است و پاسخ به بی‌نهایت میل می‌کند در صورتی که ω برابر ω_0 باشد. اکنون بی‌نهایت در واقع بی‌نهایت نیست به این خاطر که اگر $\omega = \omega_0$ آن‌گاه $1/\gamma^2\omega^2$ بر روی بی‌نهایت تاثیر می‌گذارد. شیف‌ت فاز همان‌طور که در شکل (۳.۲۳) نشان داده شده تغییر می‌کند.

در بعضی تفاسیر خاص به فرمول اندکی متفاوت‌تر نسبت به (۸.۲۳) می‌رسیم که فرمول تشدید هم نامیده می‌شود. ممکن است تصور شود که این پدیده‌ی متفاوتی را شرح می‌دهد اما این‌طور نیست. به این دلیل که وقتی γ بسیار کوچک می‌شود نقطه‌ی عطف منحنی نزدیک $\omega = \omega_0$ است و ما (۸.۲۳) را با فرمولی تقریبی جایگزین می‌کنیم که فقط زمانی که γ بسیار کوچک و ω نزدیک ω_0 باشد پاسخ دقیق را به ما می‌دهد.

از آن جا که $(\omega_0 + \omega)(\omega_0 - \omega) = \omega_0^2 - \omega^2$ اگر ω نزدیک به ω_0 باشد این عبارت را می توان به شکل $2\omega_0(\omega_0 - \omega)$ نوشت و $\gamma\omega$ تقریباً برابر با $\gamma\omega_0$ است. با به کار بردن این عبارات در (۸.۲۳) می بینیم که $\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega = 2\omega_0(\omega_0 - \omega + i\gamma/2)$ بنابراین:

$$\hat{x} \approx \hat{F}/2m\omega_0(\omega_0 - \omega + i\gamma/2) \quad \gamma \ll \omega_0 \quad \text{و} \quad \omega \approx \omega_0 \quad \text{اگر} \quad (13.23)$$

پیدا کردن فرمول مربوط به ρ^2 نیز آسان است:

$$\rho^2 \approx 1/4m^2\omega_0^2[(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4].$$

اثبات زیر را به دانشجو واگذار می کنیم: اگر ماکزیمم ارتفاع منحنی $\rho^2 - \omega$ را یک واحد در نظر بگیریم و بخواهیم عرض $\omega\Delta$ منحنی را در نصف ماکزیمم ارتفاع پیدا کنیم، عرض نصف ارتفاع ماکزیمم منحنی برابر $\gamma\Delta = \omega$ ، با فرض این که γ کوچک است. با کم کردن اثر اصطکاک تشدید، شدید و شدیدتر می شود.

بعضی از کمیت Q برای اندازه گیری عرض تشدید استفاده می کنند که به صورت $Q = \omega_0/\gamma$ تعریف می شود. هرچقدر تشدید عرض کمتری داشته باشد Q بزرگتر است. $Q = 1000$ یعنی تشدید که عرض آن یک هزارم $(1/1000)$ مقیاس فرکانس است. اندازه ی Q منحنی تشدید نشان داده شده در شکل ۲.۲۳، ۵ است.

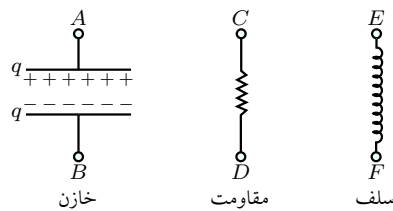
اهمیت پدیده ی تشدید این است که در موارد بسیار دیگری اتفاق می افتد بنابراین ادامه ی این فصل تعدادی از این موارد را شرح خواهد داد.

۳.۲۳ تشدید الکتریکی

ساده ترین و فراگیرترین کاربرد تکنیکی تشدید در الکتریسیته است. در دنیای الکتریکی شماری از اشیا وجود دارند که می توانند به یک دیگر متصل شده و مدار الکتریکی را به وجود بیاورند. آنها اغلب اجزای الکتریکی پسیو^۴ نامیده می شوند و سه نوع متفاوت دارند که هرکدام مقداری از خواص دو جزء دیگر را در خود دارند.

پیش از ورود به جزئیات این اجزا، اجازه دهید اشاره کنیم که کل ایده ی نوسانگر مکانیکی یعنی بودن جرمی در انتهای یک رشته طناب فقط یک تقریب است. مسلماً همه ی جرم موجود فقط مربوط به جرم انتهای رشته نمی شود و خود طناب نیز جرمی دارد. و به طور مشابه تمام خاصیت کششی طناب فقط در رشته طناب نیست و خود جرم نیز دارای خاصیت الاستیکی (کششی) است. با اینکه این طور به نظر می رسد اما جسم به طور مطلق جامد نیست و در حین بالا و پایین رفتن تحت تاثیر طناب به مقدار بسیار ناچیزی

^۴passive



شکل ۴.۲۳: سه اجزای مدار پسیو (سلف - مقاومت - خازن)

انعطاف از خود نشان می‌دهد. همین داستان در زمینه‌ی الکتریسیته نیز صادق است. یک تقریبی وجود دارد که می‌توانیم با استفاده از آن مجموعه‌ی اجزای الکتریکی را تعریف کنیم که فرض گرفته می‌شود این اجزا خواص ایده‌آلی دارند. الان زمان مناسبی برای بحث درباره‌ی تقریب نیست. فقط درستی آن را در تفاسیرمان فرض قرار می‌دهیم.

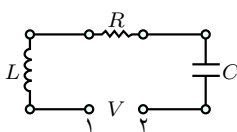
سه نوع اصلی اجزای مدار به شرح زیر هستند: نوع اول خازن نام دارد (شکل ۴.۲۳). یک مثال برای آن دو صفحه‌ی فلزی است که فضای کوچک بینشان با ماده‌ی عایق پر شده‌است. زمانی که صفحات شارژ می‌شوند، یک اختلاف ولتاژ دیده می‌شود که ناشی از اختلاف پتانسیل بین صفحات است. همان اختلاف پتانسیل مابین دو نقطه‌ی A و B روی سیم ظاهر می‌شود. برای این که اگر هر نوع اختلافی در طول سیم رابط وجود داشته باشد الکتریسته در سیم جریان خواهد داشت. بنابراین اگر بار $+q$ و $-q$ روی صفحات خازن وجود داشته باشد یک اختلاف پتانسیل V مابین این صفحات وجود دارد. مابین صفحات یک میدان الکتریکی خاصی وجود دارد؛ ما حتی برای آن فرمولی پیدا کردیم (فصل های ۱۳ و ۱۴)

$$V = \sigma d / \epsilon_0 = qd / \epsilon_0 A, \quad (۱۴.۲۳)$$

که d فاصله‌ی بین صفحات و A مساحت صفحات است. توجه داشته باشید که اختلاف پتانسیل تابع خطی از بار هست. اگر صفحات موازی نداشته باشیم اما الکترودهای عایق به هر شکلی داشته باشیم، اختلاف پتانسیل هنوز هم متناسب با بار است اما محاسبه‌ی ثابت تناسب ممکن است به این آسانی‌ها نباشد. به هر حال تمام چیزی که لازم است بدانیم این است که اختلاف پتانسیل خازن متناسب با بار خازن است: $V = q/C$ ثابت تناسب $1/C$ است که C ظرفیت خازن نامیده می‌شود.

نوع دوم اجزای الکتریکی مقاومت نامیده می‌شود. این جزء نوعی مقاومت را به جریان الکتریکی اعمال می‌کند. این نشان می‌دهد که سیم‌های فلزی و بسیاری از مواد دیگر در مقابل جریان الکتریکی به این صورت مقاومت می‌کنند: اگر اختلاف پتانسیلی در طول یک قسمت از ماده‌ای وجود داشته باشد یک جریان الکتریکی به صورت $I = \frac{dq}{dt}$ در آن وجود دارد که متناسب با اختلاف پتانسیل الکتریکی است:

$$V = RI = R dq/dt \quad (۱۵.۲۳)$$



شکل ۵.۲۳: یک مدار الکتریکی متناوب با مقاومت، سلف و خازن

ضریب تناسب مقاومت R نامیده می‌شود. این رابطه ممکن است برای شما آشنا باشد؛ رابطه‌ی قانون اهم. اگر تصور کنیم که بار q روی خازن مشابه x در سیستم مکانیکی باشد خواهیم دید که جریان $I = \frac{dq}{dt}$ مشابه سرعت، $1/C$ مشابه ثابت کشش k و R مشابه ثابت مقاومت γ است. حال خیلی جالب است که یک جزء مداری دیگری وجود دارد که مشابه جرم است! این یک سیم پیچی است که زمانی که جریانی داشته باشد، یک میدان مغناطیسی درون خود به وجود می‌آورد. میدان مغناطیسی متغیر در سیم پیچ یک ولتاژ متناسب با dI/dt به وجود می‌آورد (این در حقیقت نحوه‌ی عملکرد ترانسفورماتور است). میدان مغناطیسی متناسب با جریان است و ولتاژ القایی (همان‌طور که گفته شد) متناسب با سرعت تغییر جریان است:

$$V = L dI/dt = L d^2q/dt^2. \quad (۱۶.۲۳)$$

L ضریب خود القایی است و مشابه جرم در مدار نوسانگر مکانیکی است. فرض کنید مداری داریم که در آن سه جزء مدار را به صورت سری به هم متصل کردیم. (شکل ۵.۲۳) بنابراین ولتاژ بین دو نقطه A و B ، کاری است که برای جابه‌جایی واحد بار در طول مسیر انجام می‌دهیم و برابر حاصل جمع ولتاژ تک تک قطعات در مسیر است. در سلف $V_L = L \frac{d^2q}{dt^2}$ ، در مقاومت $V_R = R \frac{dq}{dt}$ ، در خازن $V_C = q/C$. مجموع این ولتاژها برابر ولتاژ مورد نظر V است:

$$L d^2q/dt^2 + R dq/dt + q/C = V(t). \quad (۱۷.۲۳)$$

حال می‌بینیم که این معادله دقیقاً برابر معادله‌ی مکانیکی (۶.۲۳) است. و البته می‌تواند به همان روش حل شود. ما تصور می‌کنیم که $V(t)$ نوسانی است: مدار را به وسیله‌ی یک ژنراتور با موج خالص نوسانی سینوسی به کار می‌اندازیم. بنابراین می‌توانیم $V(t)$ به صورت عدد مختلط در نظر بگیریم با دانستن اینکه در آخر باید در $e^{i\omega t}$ ضرب شود و برای پیدا کردن V قسمت حقیقی در نظر گرفته می‌شود. همچنین بار q به همین ترتیب می‌تواند محاسبه شود و سپس دقیقاً به روش معادله‌ی (۸.۲۳) نتیجه‌ی به دست آمده را می‌نویسیم:

مشتق دوم $\hat{q}$ برابر $(i\omega)^2 \hat{q}$ و مشتق اول آن برابر $i\omega \hat{q}$ است. بنابراین معادله‌ی (۱۷.۲۳) به صورت زیر

نوشته می‌شود:

$$\left[L(i\omega)^2 + R(i\omega) + \frac{1}{C} \right] \hat{q} = \hat{V}$$

یا

$$\hat{q} = \frac{\hat{V}}{L(i\omega)^2 + R(i\omega) + \frac{1}{C}}$$

که می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\hat{q} = \hat{V} / L(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega), \quad (۱۸.۲۳)$$

که $\omega_0^2 = 1/LC$ و $\gamma = R/L$ است. این دقیقاً همان نتیجه‌ای است که در مورد مکانیکی داشتیم و دقیقاً با همان ویژگی‌های تشدید! روابط بین موارد الکتریکی و مکانیکی در جدول ۱.۲۳ آمده‌است.

جدول ۱.۲۳:

ویژگی‌های کلی	مشخصات مکانیکی	مشخصات الکتریکی
متغیر مستقل	زمان (t)	زمان (t)
متغیر وابسته	موقعیت (x)	بار (q)
اینرسی	جرم (m)	اندوکتانس (L)
مقاومت	ضریب اصطکاک $(c = \gamma m)$	مقاومت $(R = \gamma L)$
سختی	سختی (k)	$^{-1}$ (ظرفیت خازن) $(1/C)$
فرکانس تشدید	$\omega_0^2 = k/m$	$\omega_0^2 = 1/LC$
دوره تناوب	$t_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$	$t_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
ویژگی مهم	$Q = \omega_0/\gamma$	$Q = \omega_0 L/R$

در این جا باید به یک نکته‌ی تکنیکی اشاره کنیم. در ادبیات الکتریکی شکل نوشتاری دیگری به کار برده می‌شود (در رشته‌های مختلف، مفهوم ثابت است اما شکل نوشتاری متفاوتی برای بیان مفهوم به کار برده می‌شود). اول اینکه در مهندسی برق اغلب j به جای i برای تعریف $\sqrt{-1}$ استفاده می‌شود (به این خاطر که i نشان دهنده‌ی جریان است!). همچنین مهندسان ترجیح می‌دهند رابطه‌ای بین $\hat{V}$ و $\hat{I}$ را به دست بیاورند نه $\hat{q}$. فقط به این خاطر که این شکل نوشتاری کاربرد بیشتری دارد. بنابراین باتوجه به اینکه $\hat{I} = \frac{d\hat{q}}{dt} = i\omega\hat{q}$ ، می‌توانیم $\hat{I}/i\omega$ به جای $\hat{q}$ جایگذاری کنیم در این صورت خواهیم داشت:

$$\hat{V} = (i\omega L + R + 1/i\omega C)\hat{I} = \hat{Z}\hat{I}. \quad (۱۹.۲۳)$$

راه دیگر باز نویسی معادله‌ی (۱۷.۲۳) است که شناخته شده‌تر است. این معادله را اغلب به شکل زیر می‌بینیم:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \left(\frac{1}{C} \right) \int^t I dt = V(t). \quad (20.23)$$

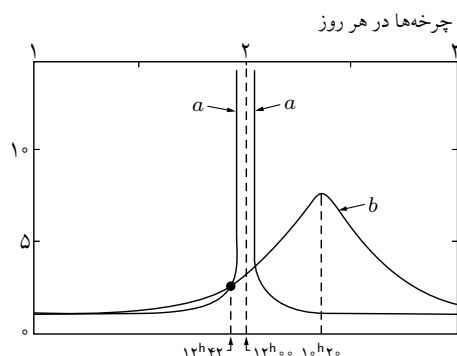
در هر حالتی، رابطه‌ی (۱۹.۲۳) مابین ولتاژ $\hat{V}$ و جریان $\hat{I}$ وجود دارد که دقیقاً برابر (۱۸.۲۳) است به جز تقسیم بر $i\omega$ ، که منجر به معادله‌ی (۱۹.۲۳) می‌شود.

کمیت $R + i\omega L + 1/i\omega C$ یک عدد مختلط است و در مهندسی برق بسیار کاربرد دارد به طوری که نام امپدانس مختلط، $\hat{Z}$ را به آن اختصاص داده‌اند. پس می‌توانیم بنویسیم $\hat{V} = \hat{Z}\hat{I}$. دلیل علاقه‌ی مهندسان به این شکل نوشتاری این است که پیش‌تر مشابه این شکل را برای مقاومت‌ها زمانی که فقط درباره‌ی مقاومت‌ها و جریان مستقیم (DC) می‌دانستند، یاد گرفته بودند: $V = RI$. اکنون راجع به مدارهای AC و جریان متغیر می‌دانند و معادله‌ای می‌خواهند که شکل سابق را حفظ کند. بنابراین می‌نویسند: $\hat{V} = \hat{Z}\hat{I}$ تنها تفاوت آن‌ها این است که مقاومت جایگزین چیز پیچیده‌تری شده؛ یک کمیت مختلط. بنابراین آن‌ها اصرار دارند که نمی‌توانند چیزی را که همه‌ی دنیا برای اعداد موهومی به کار می‌برند، به کار برند، و مجبورند از $\hat{z}$ استفاده کنند. این یک معجزه است که اصرار نکردند از حرف R به جای Z استفاده کنند! (پس آن‌ها هنگام بحث راجع به چگالی جریان به مشکل بر می‌خورند چرا که برای آن هم از z استفاده می‌کنند. مشکلات علم در دامنه‌ی گسترده‌ای در واقع همان مشکلات نوشتاری، واحدها، و همه‌ی چیزهای ساخته‌ی بشر است نه طبیعت).

۴.۲۳ تشدید در طبیعت

با اینکه درباره‌ی تشدید الکتریکی با جزییات بحث کردیم، می‌توانیم در بسیاری از زمینه‌های دیگر مثال‌هایی بیاوریم و نشان دهیم معادله‌ی تشدید چطور به صورت یکسان در آن‌ها عمل می‌کند. موارد زیادی در طبیعت وجود دارند که چیزی در حال نوسان است و پدیده‌ی تشدید رخ می‌دهد. در فصل اخیر این موضوع را مورد بحث قرار دادیم حال اجازه دهید آن را شرح دهیم. اگر به سمت مطالعه کردن قدم برداریم، کتاب‌ها را از قفسه بیرون بیاوریم و به آن‌ها نگاهی بیندازیم و مثالی پیدا کنیم که شکل ۲.۲۳ را نتیجه بدهد و منشا آن همان معادله باشد، چه چیزی پیدا می‌کنیم؟ فقط برای نشان دادن گستردگی مفهومی که از یک نمونه‌ی کوچک گرفته شده می‌توان گفت فقط به اندازه‌ی چهار یا پنج کتاب می‌توان راجع به یک سری از پدیده‌هایی که تشدید را نشان می‌دهند حرف زد.

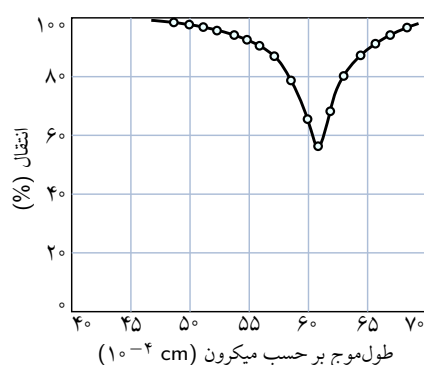
دوتای اول منشا مکانیکی دارند. اولی در مقیاس بزرگ: اتمسفر کل زمین. اگر اتمسفری که تصور می‌کنیم به طور یکنواخت تمام جهت‌ها را احاطه می‌کند به وسیله‌ی ماه به یک جهت کشیده شود یا با میل بیشتری جریان دو برابر شود و ما از آن جلوگیری نکنیم؛ به بالا و پایین نوسان می‌کند و در واقع یک نوسان‌گر



شکل ۴.۲۳: پاسخ اتمسفر به برانگیزش خارجی. A پاسخ مورد انتظار است اگر جزر و مد اتمسفری S_2 منشا گرانشی داشته باشد. نقطه‌ی اوج تقویت ۱ : ۱۰۰ هست. b از بزرگنمایی و فاز جزر و مد M_2 به دست آمده است. [Munk and MacDonald, "Rotation of the Earth", Cambridge University Press (1960)]

است. این نوسان‌گر در اثر ماه که به طور مؤثری به دور زمین می‌گردد، نوسان می‌کند. هر جزء از نیرو در راستای x یک مؤلفه کسینوسی دارد و همین‌طور پاسخ اتمسفر زمین... پاسخ مورد انتظار اتمسفر در شکل ۴.۲۳ منحنی b نشان داده شده است (منحنی a یک منحنی نظری مورد بحث دیگری در کتاب است که این نمودار را از این بخش از کتاب گرفتیم). ممکن است تصور کنید که ما تنها یک نقطه در این منحنی تشدید در پاسخ به چرخش زمین زیر ماه که در یک دوره ی $12/42$ ساعته - 12 ساعت برای زمین - (جزر و مد در شبانه روز دوبار اتفاق می‌افتد) به علاوه‌ی مقداری بیشتر چرا که ماه در حال گردش است، داریم چرا که فقط یک فرکانس داریم. اما با اندازه‌ی جزر و مدهای اتمسفری و با داشتن فاز، میزان تأخیر فاز، می‌توانیم ρ و θ را بیابیم. و از طریق آن‌ها می‌توانیم ω و γ را به دست آوریم و از طریق آن کل منحنی را بکشیم. این مثالی است که با داشتن اطلاعات ضعیف حل شد. با داشتن دو عدد منحنی دقیق‌تری که نقاط بیشتری را مشخص می‌کند به دست می‌آوریم. این کار شدنی نیست مگر اینکه بتوانیم چیز دیگری را اندازه‌گیری کنیم و این کار در ژئوفیزیک اغلب دشوار است. اما در این مورد خاص چیز دیگری وجود دارد که می‌توانیم نشان دهیم، از لحاظ نظری باید فرکانسی مشابه فرکانس طبیعی ω داشته باشد: اگر کسی در اتمسفر اختلالی ایجاد کند که با فرکانس ω شروع به نوسان کند. چنین اختلال عظیمی در سال ۱۸۸۳ وجود داشته است. آتشفشان Krakatoa منفجر شد و نیمی از جزیره را در برگرفت، و انفجار عظیمی در اتمسفر به وجود آورد که دوره‌ی تناوب نوسان اتمسفر قابل اندازه‌گیری بود. نتیجه $10\frac{1}{4}$ ساعت بود. ω به دست آمده از شکل ۴.۲۳، ۱۰ ساعت و ۲۰ دقیقه است. بنابراین حداقل مرجعی برای درک جزر و مدهای اتمسفری در دست داریم.

سپس به سراغ نوسان مکانیکی در مقیاس کوچکتر می‌رویم. این بار بلور سدیم کلرید را در نظر می‌گیریم که از یون‌های سدیم و کلر که در کنار هم قرار گرفته‌اند تشکیل شده است. همان‌طور که در فصل قبل توضیح داده شد. این یون‌ها متناوباً دارای بار الکتریکی مثبت و منفی هستند. حال یک نوسان جالب امکان‌پذیر است.

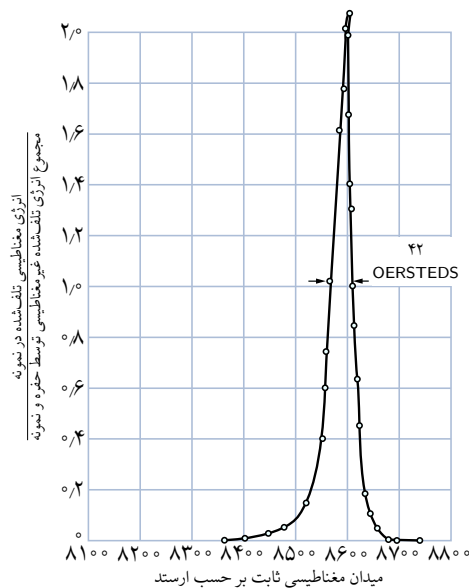


شکل ۷.۲۳: انتقال تابش فروسرخ در طول یک نوار سدیم کلرید ($\mu 17.0$)

[After R. B. Barnes, Z. Physik 75, 723 (1932). Kittel, Introduction to Solid State Physics, Wiley, 1956.]

تصور کنید که می‌توانستیم همه‌ی بارهای مثبت را به راست و همه‌ی بارهای منفی را به چپ برانیم و سیستم را رها کنیم. آنگاه یون‌ها به عقب و جلو نوسان می‌کنند. شبکه‌ی سدیم در مقابل شبکه کلرید. چطور می‌توانیم بارها را این طور از یکدیگر جدا کنیم؟ این کار آسان است اگر یک میدان الکتریکی خارجی به بلور اعمال کنیم، نیروی وارد بر بارها از جانب میدان، بارهای مثبت را به یک سمت و بارهای منفی را به سمت دیگر هل می‌دهد. بنابراین با اعمال میدان الکتریکی خارجی، ما احتمالاً باعث نوسان بلور می‌شویم. فرکانس مورد نیاز برای این میدان الکتریکی بسیار بالاست به هر حال با پرتوهای مادون قرمز جواب می‌دهد! بنابراین ما تلاش می‌کنیم با اندازه‌گیری میزان جذب نور فروسرخ توسط بلور سدیم کلرید یک منحنی تشدید بیابیم. چنین منحنی‌ای در شکل ۷.۲۳ نشان داده شده است. محور طول فرکانس نیست بلکه برحسب طول موج داده شده است. این کار یک کار تکنیکی است چرا که بین فرکانس و طول موج رابطه وجود دارد. بنابراین می‌توان گفت در واقع مقیاس ما فرکانس بوده و یک فرکانس خاص برابر با فرکانس تشدید است.

اما راجع به محور عرض، چه چیزی نشان دهنده‌ی محور عرض‌هاست؟ موارد زیادی وجود دارند که در آن‌ها عرض منحنی، عرض طبیعی γ نیست. دو دلیل وجود دارد می‌تواند منحنی عریض‌تری نسبت به منحنی نظری وجود داشته باشد. اگر ذرات همگی فرکانس یکسانی نداشته باشند که ممکن است این اتفاق در جاهایی که ذرات به هم فشرده‌ترند اتفاق بیفتد. به این صورت که در این نقاط فرکانس نوسان کاملاً متفاوت با قسمت‌های دیگر است. بنابراین چیزی که به دست می‌آوریم منحنی‌های رزونانس زیادی که هرکدام بالاتر از دیگری قرار گرفته‌اند هستند. بنابراین ظاهراً منحنی گسترده‌تری به دست می‌آوریم. شکل دیگر گستردگی این است که: شاید ما نمی‌توانیم فرکانس را با دقت کافی اندازه بگیریم. اگر شکاف طیف سنج را باز کنیم، اگرچه فکر می‌کردیم یک فرکانس داریم، می‌بینیم که با یک طیف فرکانس $\Delta\omega$ مواجه‌ایم. و ممکن است قدرت تفکیک لازم برای به دست آوردن منحنی دقیق را نداشته باشیم. فی البداهه نمی‌توانیم بگوییم که گستردگی در شکل ۷.۲۳ طبیعی است یا به خاطر ناهمگن بودن بلور یا عرض محدود شکاف طیف سنج است.



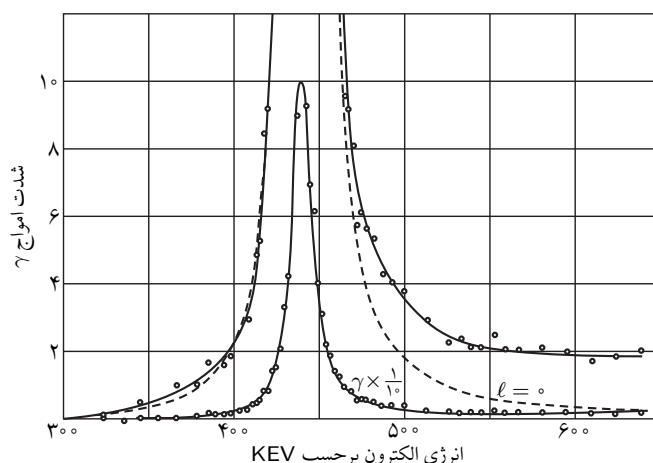
شکل ۴.۲۳: انرژی مغناطیسی تلف شده در یک ترکیب پارامگنتیک به عنوان تابعی از شدت میدان مغناطیسی

[Holden et al., Phys. Rev. 75, 1614 (1949)]

حال بیایید مثال مبهم‌تری را بررسی کنیم. مثال نوسان کردن یک آهنربا. اگر ما یک آهنربا با قطب‌های N (شمال) و S (جنوب) در یک میدان مغناطیسی ساکن داشته باشیم، قطب N به یک سمت و قطب N به سمت دیگر کشیده می‌شود و در کل یک گشتاور به وجود می‌آید بنابراین آهنربا حول نقطه‌ی تعادلش شروع به نوسان می‌کند مانند یک عقربه‌ی جهت‌یاب. به هر حال آهنرباهایی که ما راجع به آن‌ها حرف می‌زنیم اتم‌ها هستند. این اتم‌ها یک ممان زاویه‌ای دارند. گشتاور یک حرکت ساده در جهت میدان ایجاد نمی‌کند بلکه به جای آن حرکت تقدیمی^۵ را به وجود می‌آورد (مانند حرکت یک فرفره). حال با نگاه کردن به این حرکت درمی‌یابیم که همه‌ی اجزا در حال نوسان هستند و ما می‌توانیم با ایجاد اختلال یا جلو بردن این نوسان میزان جذب را اندازه‌گیری کنیم. شکل ۴.۲۳ منحنی تشدید این مثال را نشان می‌دهد. کاری که اینجا انجام دادیم از لحاظ تکنیکی کمی تفاوت دارد. فرکانس میدان جانبی که نیروی محرکه‌ی نوسان است همواره ثابت نگه داشته می‌شود در حالی که ما انتظار داشتیم که محققان آن را تغییر دهند و منحنی را رسم کنند. آن‌ها می‌توانستند این کار را انجام دهند اما به صورت تکنیکی برای آن‌ها ساده‌تر بود که فرکانس ω را ثابت نگه دارند و شدت ثابت میدان مغناطیسی را تغییر دهند که برابر با تغییر ω در فرمول ما است. آن‌ها منحنی تشدید را برحسب تغییرات ω رسم کرده‌اند. به هر حال این یک تشدید معمولی با ω و γ خاص خود هست.

حال ما فراتر می‌رویم. مثال بعدی درباره‌ی هسته‌ی اتم است. حرکت‌های الکترون و پرتون در هسته در حالت خاصی نوسانی هستند و می‌توانیم آن را به وسیله‌ی آزمایش زیر شرح دهیم. ما یک اتم لیتیم را با

^۵precession



شکل ۹.۲۳: شدت پرتو گاما ساطع شده از لیتیم به عنوان تابعی از انرژی بمباران پروتونی. منحنی رسم شده یک منحنی نظری است که برای پروتون‌هایی با ممان زاویه‌ای $l = 0$

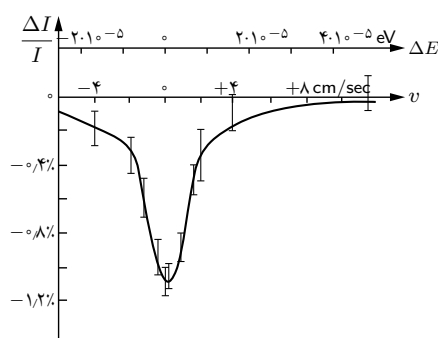
[Bonner and Evans, Phys. Rev. 73, 666 (1948)]

پروتون بمباران کردیم و به یک نتیجه‌ی بخصوص رسیدیم، اینکه تولید اشعه‌ی γ (گاما) به شکلی صورت می‌گیرد که بسیار شبیه به تشدید است. در شکل ۹.۲۳ به یک تفاوت عمده با موارد دیگر اشاره کردیم: مقیاس افقی فرکانس نیست، انرژی است!

علت این است که در مکانیک کوانتومی چیزی که ما در مکانیک کلاسیک به عنوان انرژی می‌شناسیم با فرکانس دامنه‌ی موج ارتباط دارد. وقتی ما چیزی را در فیزیک مقیاس بزرگ بررسی می‌کنیم سر و کارمان با فرکانس است. اما در آزمایش‌های مکانیک کوانتومی که با مواد اتمی صورت می‌گیرد ما نمودار مشابه را به صورت تابعی از انرژی به دست می‌آوریم. در واقع این منحنی نشان‌دهنده‌ی این ارتباط است. و نشان می‌دهد که فرکانس و انرژی رابطه‌ی عمیقی دارند که همین‌طور هم هست.

حال به سراغ مثال دیگری می‌رویم که البته در سطح انرژی هسته‌ای هست اما این سری مثالی با ظرافت بیشتر است. ω در شکل ۱۰.۲۳ هم‌ارز است با انرژی $10^5, 10^6$ الکترون‌ولت در حالی که عرض γ تقریباً 10^{-5} الکترون‌ولت است. به بیانی دیگر Q ای برابر 10^{10} دارد! زمانی که این منحنی اندازه‌گیری شد این عدد بزرگترین Q اندازه‌گیری شده تا آن زمان در یک نوسان‌گر بود. دکتر موسباور^۶ این عدد را اندازه‌گیری کرد و برای این کار جایزه‌ی نوبل را دریافت کرد. مقیاس افقی در این مثال سرعت است. چون راه به دست آوردن اختلافات ریز فرکانسی استفاده از اثر دوپلر با حرکت دادن منبع نسبت به جذب‌کننده هست. برای درک ظرافت این آزمایش می‌توان گفت که سرعت چند سانتی متر بر ثانیه را شامل می‌شود. در مقیاس حقیقی می‌توان گفت فرکانس صفر هم ارز با نقطه‌ی 10^{10} سانتی متر و در واقع بیرون از صفحه است! در نهایت، اگر ما به یک مسئله در physical review در اول ژانویه ۱۹۶۲ نگاه کنیم، آیا منحنی تشدید

⁶Moessbauer

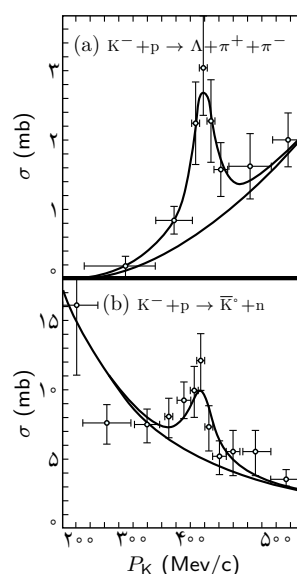


شکل ۱۰.۲۳: [Courtesy of Dr. R. Mössbauer]

آن را می‌توانیم پیدا کنیم؟ هر مسئله‌ای یک منحنی تشدید دارد و شکل ۱۱.۲۳ منحنی تشدید این مسئله است. این منحنی بسیار جالب است و از واکنش میان ذرات عجیبی به دست آمده است. واکنشی که K (یون پتاسیم) و یک پروتون آن را می‌سازند.

شکل ۱۱.۲۳: وابستگی ممانی سطح مقطع برای واکنش‌های $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$ و $K^- + p \rightarrow \bar{K}^0 + n$ منحنی‌های پایین‌تر در (a) و (b) نشان‌دهنده‌ی زمینه‌ی غیر تشدیدی احتمالی است در حالی که منحنی‌های بالایی نشان‌دهنده‌ی تشدید انطباق یافته است.

[Ferro-Luzzi et al., Phys. Rev. Lett. 8, 28 (1962)]



تشدید با دیدن اینکه چند تا ذره و از چه نوعی جدا می‌شود به دست می‌آید و با توجه به نوع ذرات و تعداد ذرات جدا شده منحنی‌های متفاوتی به دست می‌آید اما با همان شکل کلی و نقطه‌ای اوج در همان نقطه‌ی انرژی. بنابراین تشخیص می‌دهیم که یک تشدید در یک نقطه انرژی خاص برای K وجود دارد. این بدین معناست که احتمالاً حالتی یا شرایطی هم ارز با این تشدید وجود دارد که می‌تواند با کنار هم قرار دادن K و یک پروتون به وجود می‌آید. این یک ذره یا تشدید جدید است. در حال حاضر نمی‌دانیم که باید آن را یک ذره‌ی جدید بنامیم یا یک تشدید. وقتی یک رزونانس شدید وجود دارد در نتیجه‌ی مقدار زیادی انرژی به وجود آمده‌است. همین‌طور ذره‌ای در طبیعت وجود دارد که نشان‌دهنده‌ی این مقدار انرژی است. زمانی

که رزونانس گسترده‌تر می‌شود نمی‌دانیم که این نشان‌دهنده‌ی ذره‌ای با عمر کوتاه است یا نشان‌دهنده‌ی یک رزونانس در واکنش احتمالی. در فصل دوم درباره‌ی این نکته راجع به ذرات بحث شد. اما وقتی فصل دوم نوشته می‌شد این رزونانس شناخته نشده بود. بنابراین این بخش باید حالا ذره‌ای دیگری در خود داشته باشد!

SUMMARY LECT 24. RESONANCE

Oscillating quantities can be represented as the real part of complex no.
 For example the oscillation $A = A_0 \cos(\omega t + \delta)$ is rep. as real part of $\hat{A} e^{i\omega t}$
 Forced osc. with damping $m(\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x) = F$ with $F = \hat{F} e^{i\omega t}$ [where $\hat{A} = A_0 e^{i\delta}$]
 has solution $x = \hat{x} e^{i\omega t}$ where $m(-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2) \hat{x} = \hat{F}$ $\frac{d}{dt} \rightarrow i\omega$

$\hat{x} = \frac{1/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \hat{F} = \rho e^{i\delta} \hat{F}$

Elect. Circuits

$\begin{array}{c} \text{---} L \frac{dI}{dt} \text{---} \\ \text{---} i\omega L \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{---} R I \text{---} \\ \text{---} R \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{---} \frac{1}{C} \frac{dI}{dt} \text{---} \\ \text{---} \frac{1}{i\omega C} \end{array}$ $\mathcal{E} = \hat{\mathcal{E}} Z$