

شناسنامه

The Feynman Lectures on Physics, Vol. 1, Ch. 29

درسنامه‌های فیزیک فاینمن، جلد ۱، فصل ۲۹

مترجم: الهام سروری

ویراستار: الهام یوسفیان

حروفچین: امید ادیب نیا

نسخه‌ی ۱۰۰ تابستان ۱۴۰۰

حلقه‌ی مترجمان ژرفا

این اثر با کسب مجوز از ناشر بین‌المللی به منظور انتشار رایگان نسخه‌ی الکترونیکی آن تهیه شده است و حق نشر آن برای انجمن علمی ژرفا مستقر در دانشگاه صنعتی شریف محفوظ می‌باشد. ایرادات این نسخه را با ما در میان بگذارید و در پیشبرد این پروژه‌ی عام‌المنفعه مشارکت کنید. برای دریافت ترجمه‌ی دیگر فصل‌های این کتاب به وبسایت ژرفا مراجعه کنید.

این صفحه از قصد خالی گذاشته شده است.

فصل ۲۹

تداخل^۱

۱.۲۹ امواج الکترومغناطیس

در این فصل، موضوع نسبت به فصل قبل ریاضی‌وارتر خواهد شد. اما به‌طور کیفی نشان دادیم که ماکسیم‌ها و مینیم‌هایی ناشی از دو منبع، در میدان تابشی وجود دارند و در حال حاضر، مسئله‌ی پیش رو توصیف جزئیات این میدان، نه تنها از منظر کیفی بلکه از نظر ریاضیاتی نیز هست. قبلاً آنالیزی فیزیکی روی معنی فرمول (۶.۲۸) انجام شد که کاملاً رضایت‌بخش بود. اما در حال حاضر چند نکته از منظر ریاضیات قابل تعریف است. در وهله‌ی اول اگر بار الکتریکی به سمت بالا و پایین در امتداد یک خط و در حال حرکت با دامنه‌ی بسیار کوچکی باشد، میدان در زاویه‌ای مثل θ از محور حرکت، در جهت زاویه‌ای قائم بر خط دید و در صفحه‌ای شامل هر دو بردار خط دید و شتاب شکل (۱.۲۹) قرار می‌گیرد. اگر فاصله را r در نظر بگیریم، در زمان t ، اندازه‌ی میدان الکتریکی به‌صورت زیر خواهد بود:

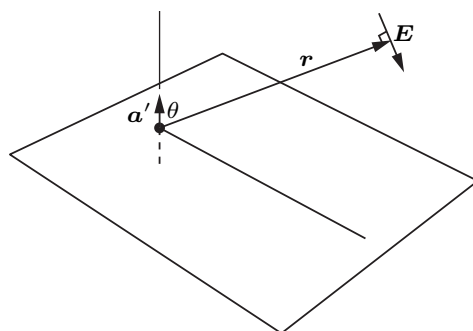
$$E(t) = \frac{-qa(t - r/c) \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}, \quad (1.29)$$

که $a(t - r/c)$ شتاب در زمان $(t - r/c)$ است و شتاب تأخیری خوانده می‌شود. حال جالب به نظر می‌آید که تصویری از میدان، تحت شرایط مختلف داشته باشیم. مسئله‌ی جالب توجهی که وجود دارد، فاکتور $a(t - r/c)$ و فهم آن با حالت ساده‌ای است که $\theta = 90^\circ$ باشد که به‌صورت گرافیکی میدان قابل رسم است. چیزی که قبلاً به آن فکر می‌کردیم، مربوط به ایستادن در یک موقعیت مشخص و پرسش در مورد چگونگی تغییر میدان با زمان بود.

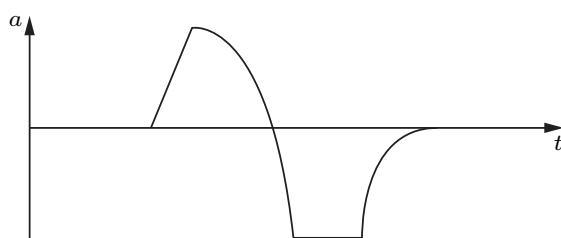
اما حال به این موضوع می‌پردازیم که به عنوان مثال، در موقعیت‌های مختلفی از فضا، میدان چگونه به‌نظر می‌رسد. پس آن‌چه ما به دنبال آن هستیم یک عکس فوری^۳ است. تصویری که به ما درباره‌ی میدان در

^۳ snapshot

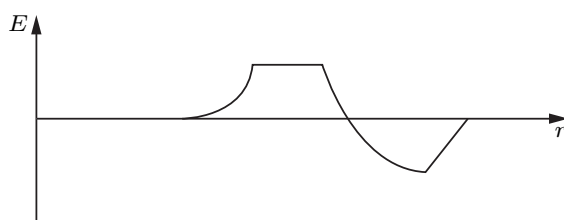
^۱ Interference
^۲ retarded



شکل ۱۰۲۹: میدان الکتریکی ناشی از بار مثبت با شتاب تأخیری^۲



شکل ۲۰۲۹: نمودار شتاب یک بار مشخص به صورت تابعی از زمان



شکل ۳۰۲۹: میدان الکتریکی به صورت تابعی از مکان در زمان بعدی است (تغییرات $1/r$ نادیده گرفته شده است).

موقعیت‌های مختلف اطلاع می‌دهد؛ البته این مسئله به شتاب بار نیز بستگی دارد.

فرض کنید بار در ابتدا یک حرکت خاص دارد؛ یعنی در ابتدا کاملاً ایستا است و ناگهانی و به روشی شروع به شتاب گرفتن می‌کند (همان‌طور که در شکل (۲.۲۹) می‌بینید). و سپس می‌ایستد. کمی بعد از این فرآیند، شروع به اندازه‌گیری میدان در مکان دیگری می‌کنیم. پس می‌توان ادعا کرد که میدان به صورت شکل (۳.۲۹) ظاهر می‌شود. در هر نقطه، میدان به وسیله‌ی شتاب بار در زمان اولیه مشخص می‌شود که این مقدار اولیه، تأخیری به اندازه‌ی r/c دارد.

میدان در نقاط دورتر و دورتر، به وسیله‌ی شتاب در زمان‌های بسیار بسیار اولیه مشخص می‌گردد. بنابراین، منحنی شکل (۳.۲۹) در واقع به معنای یک نمودار معکوس شده^۴ به صورت تابعی از زمان است. فاصله با فاکتور ثابت c به زمان مرتبط شده است که ما همواره آن‌ها را یکی در نظر می‌گیریم و به راحتی می‌توانیم رفتار ریاضیاتی $a(t - r/c)$ را مشاهده کنیم. کاملاً بدیهی است که با افزودن زمان کوچک Δt ، همان مقدار مشابه قبل برای $a(t - r/c)$ با کسرکردن فاصله‌ی کوچک $\Delta r = -c\Delta t$ به دست می‌آید.

به بیان دیگر، با افزودن زمان کوچک Δt ، می‌توان $a(t - r/c)$ را به وسیله‌ی افزودن مقدار کوچک $\Delta r = c\Delta t$ ، به مقدار قبلی برگرداند. به همین ترتیب است که با پیش رفتن زمان، میدان به صورت موجی بیرون از منبع حرکت می‌کند و این دلیلی است بر اینکه ما درباره‌ی انتشار نور به صورت امواج صحبت می‌کنیم. این مسئله معادل این است که درباره‌ی میدان تأخیری یا میدان الکتریکی بحث کنیم که با گذشت زمان، به بیرون در حال حرکت است.

یک مورد خاص و جالب زمانی است که بار q به روشی نوسانی شروع به بالا و پایین رفتن می‌کند. در فصل قبل موردی را به طور تجربی بررسی کردیم؛ در آن جا جابه‌جایی x در هر زمان t ، معادل با یک ثابت معلوم x_0 بود که میزان نوسان $\cos(\omega t)$ - دفعه است و شتاب آن به صورت زیر است:

$$a = -\omega^2 x_0 \cos \omega t = a_0 \cos \omega t, \quad (2.29)$$

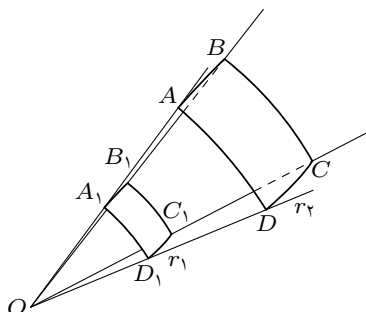
که a_0 ماکسیمم مقدار شتاب است. با قراردادن این فرمول در رابطه‌ی (۱.۲۹) می‌توان فهمید که:

$$E = -q \sin \theta \frac{a_0 \cos \omega(t - r/c)}{4\pi\epsilon_0 r c^2}. \quad (3.29)$$

حال اجازه دهید با نادیده گرفتن زاویه‌ی θ به عنوان فاکتوری ثابت، به تماشای این پردازیم که تابعی از زمان یا مکان، چگونه به نظر می‌رسد.

۲.۲۹ انرژی تابشی^۵

اول از همه باید گفت در هر لحظه‌ی خاص یا مکان خاص، قدرت میدان با معکوس فاصله‌ی r تغییر می‌کند (همان‌طور که قبلاً ذکر کردیم). اکنون باید ذکر کنیم که محتوای انرژی یک موج و یا اثرات انرژی در یک میدان الکتریکی، می‌تواند با مربع میدان متناسب باشد؛ زیرا اگر مثلاً چند نوع بار در میدان الکتریکی داشته باشیم، سپس به میدان اجازه‌ی نوسان‌سازی روی بار را بدهیم، در این حالت باعث حرکت می‌شویم. اگر بار نوسان‌کننده خطی باشد، شتاب، سرعت و جابه‌جایی تولیدی متناسب با میدان الکتریکی عمل‌کننده روی بار است و همه متناسب با میدان هستند. بنابراین انرژی جنبشی که به واسطه‌ی بار، به وجود آمده، متناسب با مربع میدان الکتریکی است. پس باید انرژی رسیده به سیستم را به‌گونه‌ای متناسب با مربع میدان در نظر بگیریم.



شکل ۲.۲۹: جریان انرژی درون مخروط OABCD بدون وابستگی به اندازه‌ی r در اندازه‌گیری‌هاست.

این بدین معنی است که انرژی‌ای که منبع می‌تواند ارائه دهد با دور شدن ما کاهش می‌یابد. درواقع تغییرات، معکوس^۶ و به‌صورت تابعی از مربع فاصله است. اما یک تفسیر بسیار ساده وجود دارد. اگر بخواهیم تمام انرژی حاصل از موج در مخروط^۷ مشخصی را در فاصله‌ی r_1 (شکل ۲.۲۹) جمع‌آوری کنیم و هم‌چنین در فاصله‌ی دیگری مثل r_2 هم این کار را تکرار کنیم؛ متوجه می‌شویم مقدار انرژی در واحد سطح، در هر مکان، رابطه‌ی معکوس با مربع r دارد. اما مساحت سطح مقطع ارتباط مستقیم با مربع r دارد. بنابراین، انرژی‌ای که می‌تواند از موجی در یک زاویه‌ی مخروطی خارج شود، همان مقدار قبلی است و هیچ اهمیتی ندارد که چقدر دور باشیم. به‌طور خاص، اگر نوسان‌سازهای جذب را در همه طرف قرار دهیم، کل انرژی‌ای که می‌توان از کل موج به‌دست آورد، مقدار خاص ثابتی خواهد بود. پس واقعیت این است که دامنه‌ی E با $1/r$ تغییر می‌کند و همان‌طور که گفته شد، شار انرژی هرگز از بین نمی‌رود و همین‌طور که انرژی جلو می‌رود، در یک ناحیه‌ی مؤثر بیشتر و بیشتر گسترش می‌یابد.

بنابراین می‌بینیم بعد از اینکه شار نوسان کرد، بخشی از انرژی خود را از دست می‌دهد که هرگز برای شار

cone^۷

Energy of radiation^۵
inversely^۶

قابل بازیابی نخواهد بود. در این حالت، انرژی بدون کاهش در مقدار خود، شروع به دور و دورتر شدن می‌کند. پس اگر ما به اندازه‌ی کافی دور شویم، تقریب پایه‌ی ما به اندازه‌ی کافی خوب خواهد بود تا بار بتواند انرژی را دوباره به دست آورد و همان‌طور که بیان شد، به‌نوعی تابش به فاصله‌ای دور است. البته انرژی هنوز در جایی وجود دارد و دیگر سیستم‌ها نمی‌توانند آن را جمع‌آوری کنند. این انرژی از دست‌رفته در فصل ۳۲ مطالعه خواهد شد. حال وقت آن رسیده‌است که با دقت بیشتری به بررسی تغییرات موج (۳.۲۹) به‌صورت تابعی از زمان در یک مکان مشخص و هم‌چنین تابعی از مکان در یک زمان مشخص بپردازیم. ما دوباره از تعییرات $1/r$ به‌عنوان یک ثابت چشم‌پوشی می‌کنیم.

۳.۲۹ امواج سینوسی^۸

ابتدا اجازه دهید که مکان r را ثابت در نظر بگیریم و به تماشای میدان به‌صورت تابعی از زمان بپردازیم. میدان شروع به نوسان با فرکانس زاویه‌ای ω می‌کند. فرکانس زاویه‌ای ω می‌تواند به‌صورت نرخ تغییر فاز با زمان باشد (تابش در ثانیه). ما از قبل با چنین چیزهایی آشنایی داریم و آن‌ها را مطالعه کردیم. دوره^۹ شامل زمان مورد نیاز برای یک نوسان در یک چرخه‌ی^{۱۰} کامل است و همان‌طور که مطالعه شد، برابر با $2\pi/\omega$ است، که ω تعداد دوره و هر دوره، یک چرخه‌ی کسینوس است.

حال، ما شروع به ساختن کمیتی می‌کنیم که یک معامله‌ی بزرگ در فیزیک به حساب می‌آید. این کار با قرارگرفتن در وضعیتی مخالف صورت می‌گیرد؛ به‌طوری که t را ثابت در نظر می‌گیریم و به موج به‌صورت تابعی از فاصله‌ی r نگاه می‌کنیم. البته ما باید به این نکته توجه کنیم که تابع r نیز موجودی نوسانی است (۳.۲۹). گذشته از اینکه $1/r$ را نادیده می‌گیریم، می‌بینیم که میدان با تغییر مکان نوسان می‌کند.

بنابراین در مقایسه با E ، می‌توانیم کمیتی را به نام عدد موج^{۱۱} تعریف کنیم که آن را با k نمایش می‌دهیم. این کمیت به‌صورت نرخ تعییر فاز با فاصله تعریف می‌شود (رادیان در متر^{۱۲}). همان‌طور که ما با زمان ثابت، در حال حرکت در فضا هستیم، فاز تغییر می‌کند.

کمیت دیگری هم، متناظر با دوره وجود دارد و می‌توانیم آن را دوره در فضا^{۱۳} بنامیم؛ اما به‌طور معمول آن را طول موج می‌نامند و با λ نشان می‌دهند. طول موج در واقع فاصله‌ی اشغال‌شده به‌وسیله‌ی یک چرخه‌ی کامل است. این مسئله را می‌توان با رفتن به سراغ طول موجی برابر با $2\pi/k$ بررسی کرد. k معادل تعداد رادیان‌هاست که در همه چیز تغییر ایجاد می‌کند که این شامل نرخ تغییرات رادیان در هر متر و برابر با تعداد متر است. با این حساب ما باید یک تغییر 2π برای یک چرخه اعمال کنیم؛ پس $2\pi = k\lambda$ دقیقاً در مقایسه با $2\pi = \omega t_0$ است.

wave number^{۱۱}
radians per meter^{۱۲}
period in space^{۱۳}

Sinusoidal waves^۸
period^۹
cycle^{۱۰}

حال در مورد یک موج خاص بحث می‌کنیم و ارتباط بین فرکانس^{۱۴} و طول موج^{۱۵} را بیان می‌کنیم. در نظر داشته‌باشید که تعاریف ذکر شده از k و ω ، کاملاً کلی هستند. درواقع، ممکن است در شرایط فیزیکی دیگری، فرکانس و طول موج، به این شیوه‌ای که ذکر می‌کنیم باهم ارتباط نداشته‌باشند. اگر چه در شرایط حاضر، نرخ تغییرات فاز با فاصله به‌راحتی قابل تشخیص است؛ زیرا $\omega = \phi(t - r/c)$ را فاز در نظر می‌گیریم و دیفرانسیل (جزئی) نسبت به فاصله‌ی r $(\frac{\partial \phi}{\partial r})$ ، نرخ تغییرات را ارائه می‌دهد که به‌صورت زیر است:

$$\left| \frac{\partial \phi}{\partial r} \right| = k = \frac{\omega}{c}. \quad (۴.۲۹)$$

روش‌های زیادی برای ارائه‌ی مسائل مشابه وجود دارد، مانند:

$$\lambda = ct. \quad (۵.۲۹) \quad \lambda \nu = c \quad (۷.۲۹)$$

$$\omega = ck \quad (۶.۲۹) \quad \omega \lambda = 2\pi c \quad (۸.۲۹)$$

چرا طول موج معادل با c در هر دوره است؟ به‌راحتی می‌توان پاسخ داد که اگر ناظری منتظر باشد تا یک دوره سپری شود؛ از آن‌جا که موج‌ها با سرعت نور حرکت می‌کنند، طول طی‌شده توسط موج ct خواهد بود (البته تنها برای یک طول موج).

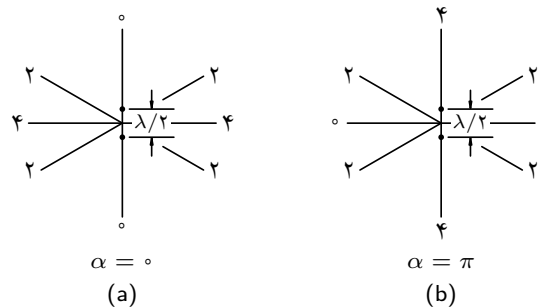
در وضعیت فیزیکی دیگری از نور، لزوماً K به راحتی با ω مرتبط نمی‌شود. اگر فاصله در طول محور را x بنامیم، می‌توانیم فرمولی برای امواج کسینوسی متحرک در جهت x و با عدد موج k و فرکانس زاویه‌ای ω بنویسیم که به‌طور کلی به شکل $\cos(\omega t - kc)$ است. حال ما ایده‌ی طول موج را معرفی می‌کنیم و ممکن است بتوانیم اطلاعات بیش‌تری درباره‌ی شرایطی که در (۱.۲۹) شروع شده‌بود، به‌دست آوریم.

دوباره به بررسی میدانی می‌پردازیم که از چندین بخش تشکیل شده‌است که یکی از آن‌ها با معکوس r تغییر می‌کند و بخش‌های دیگر با معکوس r^2 ؛ همین منوال، بخش‌های دیگر دامنه را با تغییرات سریع‌تر همراه می‌کند. خوب است بدانیم شرایط بخش $1/r$ میدان، مهم‌ترین بخش میدان است و بقیه‌ی قسمت‌ها سهم نسبتاً کوچکی دارند. به‌طور طبیعی پاسخ این است که اگر در موقعیتی به اندازه‌ی کافی دور قرار داشته‌باشیم، جملاتی که با $1/r^2$ تغییر می‌کنند و جملات مرتبه‌های بالاتر، در نهایت در مقایسه با جمله‌ی $1/r$ قابل اغماض خواهند بود.

خب سؤالی که می‌توان مطرح کرد این است که چه‌قدر دور؟ جواب به‌صورت کیفی پاسخ داده می‌شود. جملات دیگری که از مرتبه‌ی λ/r هستند، از جمله‌ی $1/r$ کوچک‌ترند. بنابراین تا زمانی که فراتر از چند طول موج نرفته‌ایم^{۱۶}، این مسئله تقریب خوبی برای میدان است. (گاهی به این منطقه‌ی فراتر از چند طول موج، منطقه‌ی موج^{۱۶} می‌گویند).

۴۰۲۹ دو دوقطبی تابش‌کننده^{۱۷}

اجازه دهید بحث را با ریاضیات مربوط به ترکیب تأثیرات دو نوسانگر برای پیداکردن میدان خالص در یک نقطه‌ی مشخص شروع کنیم. در ابتدا تأثیرات کیفی و سپس کمی آن را توصیف می‌کنیم. با یک مورد ساده شروع می‌کنیم که در آن نوسانگرها در مراکز خود و در همان صفحه‌ی افقی آشکارساز واقع می‌شوند و بر خط ارتعاش عمود هستند که جهت $N - S$ دارد. می‌توان گفت فاز نوسانگرها صفر است که مسلماً از هم‌فازی نوسانگرها می‌آید. ما به یافتن اطلاعات از شدت تابش در جهات مختلف علاقه‌مند هستیم و منظور از شدت، مقدار انرژی‌ای است که میدان در هر ثانیه حمل می‌کند و متناسب با متوسط مربع میدان در واحد زمان است. حال، چیزی که در نگاه اول می‌بینیم این است که زمانی که قصد داریم از میزان درخشندگی نور مطلع شویم، در واقع با مربع میدان الکتریکی (نه خود میدان الکتریکی) سروکار داریم. (میدان الکتریکی در واقع درباره‌ی قدرت نیروی احساس‌شده از جانب باری ثابت صحبت می‌کند). اما مقدار انرژی‌گذرنده که وات در متر مربع است، متناسب است با مربع میدان الکتریکی. ما باید ثابت تناسب را از فصل ۳۱ استخراج کنیم.



شکل ۵.۲۹: شدت میدان در جهات مختلف ناشی از دو دوقطبی تابش‌کننده با نیم طول موج‌های جدا از یکدیگر (سمت چپ: در فاز صفر $(\alpha = 0)$ است. سمت راست: نیم دوره‌گشته و در فاز است. $(\alpha = \pi)$).

اگر ما به آرایه از جهت W نگاه کنیم، توزیع هر دو نوسانگر یکسان است و در یک فاز از همدیگر هستند و کار میدان الکتریکی ناشی از دو نوسانگر، قوی‌تر از تک نوسانگر است. در این صورت شدت، چهار مرتبه قوی‌تر از تک نوسانگر خواهد شد. (تعداد در شکل ۵.۲۹) نشان‌دهنده‌ی چگونگی قدرت شدت^{۱۸} است که در این مورد در مقایسه با زمانی است که تنها یک نوسانگر حضور دارد.)

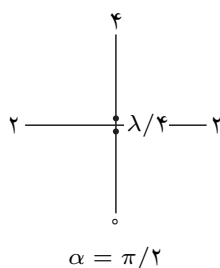
اکنون مشاهدات را می‌توان در هر دو جهت N یا S ، در امتداد یک خط از نوسانگرها بررسی کرد؛ چرا که آن‌ها نیم طول موج جدا از یکدیگر دارند و تأثیر یک نوسان‌ساز به خارج از فاز، دقیقاً توسط نیم نوسان از دیگری مشخص می‌شود. بنابراین جمع میدان‌ها صفر می‌شود. در یک زاویه‌ی خاص میانی (در واقع 30° درجه)، شدت ۲ است و به صورت $0, 2, 4, \dots$ افت می‌کند. باید یاد بگیریم که چگونه این اعداد را در دیگر زوایا بیابیم. این سؤالی است که از اضافه‌کردن دو نوسان با فازهای مختلف به‌وجود می‌آید.

به سرعت به سراغ چند مورد جالب توجه دیگر می‌رویم. فرض کنید نوسانگرها دوباره در نیم طول موج جدا از یکدیگر باشند، اما این بار فاز α یکی از آن‌ها یک نیم دوره از دیگری عقب‌تر باشد. در حال حاضر در جهت W شدت ۰ است؛ زیرا زمانی که یکی از نوسان‌سازها در حال هل دادن^{۱۹} است، دیگری در حال کشیده شدن^{۲۰} است. اما در مورد جهت N ، سیگنالی که از نوسانگر نزدیک‌تر می‌آید، نیم طول موج از نوسانگر دورتر عقب‌تر است و با این ترفند تغییر فاصله، می‌توان دو نوسانگر را در زمان^{۲۱} هم‌گام کرد و در این حالت شدت ۴ برابر خواهد شد. شدت در زاویه‌ی 30° درجه همان‌طور که قبلاً اثبات شد، هم‌چنان ۲ است.

به سراغ موردی می‌رویم که احتمالاً ویژگی‌های جالبی خواهد داشت. اجازه دهید به این نکته اشاره کنم که رابطه‌ی فاز با نوسانگر، برای پخش‌کننده‌ی امواج رادیویی جالب توجه است. به عنوان مثال، ما یک سیستم آنتنی^{۲۲} می‌سازیم و قصد داریم سیگنالی را به هاوایی^{۲۳} بفرستیم و مجموعه‌ی آنتن‌ها را مانند شکل (۵.۲۹) سر هم می‌کنیم. سپس، از آن‌جا که هاوایی در غرب واقع شده است، شروع به انتشار سیگنال با دو آنتن هم‌فاز می‌کنیم. سپس تصمیم می‌گیریم که به سمت آلبرتا^{۲۴} در کانادا سیگنال منتشر کنیم. از آن‌جا که آلبرتا در شمال واقع است (نه غرب)، همه‌ی آن‌چه باید انجام دهیم این است که فاز یکی از آنتن‌ها را معکوس کنیم و سیگنال را به سمت شمال بفرستیم. پس ما می‌توانیم سیستمی از آنتن‌ها با آرایش مختلف بسازیم.

یکی از ساده‌ترین روش‌های قابل انجام این است که آن‌ها را در آرایشی پیچیده بچینیم و به وسیله‌ی تغییر در فاز مربوط به آنتن‌های مختلف، سیگنال‌هایی را در جهات مختلف انتشار دهیم و بیش‌ترین شدت پرتو را در جهت خاص و دل‌خواه خود کالibre کنیم؛ بدون اینکه هیچ تغییری در موقعیت آنتن‌ها ایجاد شود.

در هر دو مورد ذکر شده، اگر چه ما در حال ارسال سیگنال به سمت آلبرتا هستیم، اما مقدار زیادی از شدت و قدرت پرتو را در جزیره‌ی شرقی آلبرتا از دست می‌دهیم (در جهت مخالف جهت آلبرتا). جالب خواهد بود اگر در مورد امکان ارسال پرتو، تنها در یک جهت صحبت کنیم. در نگاه اول، ممکن است فکر کنیم که یک جفت از آنتن‌ها در طبیعت همواره نتیجه‌ای متقارن خواهد داشت. پس اجازه دهید یک مورد نامتقارن را در نظر بگیریم تا بتوانیم احتمال‌های متنوع را بررسی کنیم.



شکل ۶.۲۹: یک جفت آنتن دوقطبی که ماکسیمم مقدار انرژی خود را در یک جهت انتشار می‌دهند.

antenna ۲۲
Hawaii ۲۳
Alberta ۲۴

pushing ۱۹
pulling ۲۰
in time ۲۱

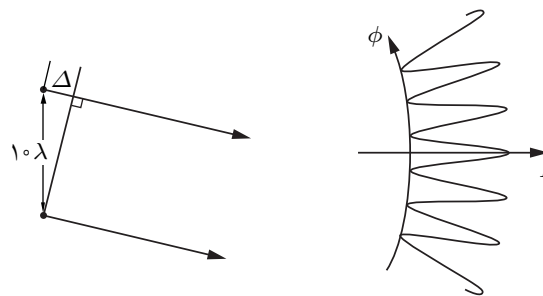
اگر آنتن‌ها به وسیله‌ی یک چهارم ^{۲۵} طول موج از یکدیگر جدا باشند و اگر یکی از N آنتن، یک چهارم دوره از آنتن S اُم در زمان عقب باشد، سپس چه اتفاقی می‌افتد؟ (شکل ۶.۲۹) در جهت W ، ما ۲ را دریافت می‌کنیم. همان‌طور که شاهد خواهیم بود، در جهت S ، صفر را دریافت خواهیم کرد؛ زیرا سیگنالی که از S در یک زمان مشخص می‌آید، ۹۰° درجه از سیگنال در جهت N ، در زمان عقب‌تر است.

اما در نظر داشته‌باشید که این سیگنال، هنگامی که به‌صورت هم‌فاز ساخته‌شد، ۹۰° درجه عقب بود؛ بنابراین در مجموع ۱۸۰° درجه خارج از فاز قرار می‌گیرد و هیچ اثری از آن نمی‌ماند. از سوی دیگر در جهت N ، سیگنال زودتر از S سیگنال می‌رسند که تحت زاویه‌ی ۹۰° درجه در زمان هستند؛ زیرا به یک چهارم طول موج نزدیک‌ترند. اما فاز طوری قرار دارد که تحت زاویه‌ی ۹۰° درجه عقب‌تر در زمان نوسان می‌کند که فقط جبران‌کننده‌ی تأخیرهای متفاوت است. بنابراین می‌توان دو سیگنال را به‌صورت هم‌فاز مشاهده کرد و قدرت میدان دو برابر بالاتر می‌رود و انرژی ۴ برابر افزایش می‌یابد.

بنابراین با به‌کاربردن کمی هوش و ذکاوت در فاصله و فاز آنتن‌ها، می‌توان تمام قدرت سیگنال را در یک جهت ارسال کرد. اما هنوز توزیعی با وسعتی چشم‌گیر روی زوایا وجود دارد. آیا می‌توانیم ترتیبی بدهیم تا تمرکزمان را مطلقاً روی یک جهت قرار دهیم؟

اجازه دهید دوباره درباره‌ی هاوایی صحبت کنیم. ما یک باریکه از پرتو به شرق و غرب فرستادیم، اما پرتو می‌تواند در بیش از یک زاویه گسترش یابد؛ زیرا حتی در زاویه‌ی ۳۰° درجه، ما هم‌چنان با نیمی از شدت روبه‌رو هستیم و بخشی از قدرت پرتو اتلاف می‌شود. حال آیا می‌توانیم این کار را بهتر انجام دهیم؟

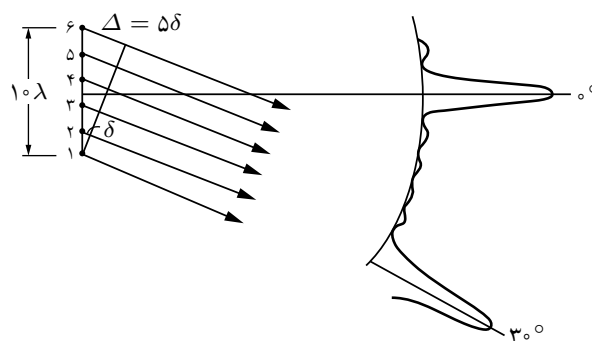
بیایید موقعیتی را در نظر بگیریم که الگوی شدت، به‌وسیله‌ی ۱۰λ جدا می‌شود (شکل ۷.۲۹). این موقعیت قابل مقایسه با شرایط تجربه‌شده در فصل قبل، در مورد وضعیت مکان است که به جداسازی چندین طول موج می‌پردازد، به‌جای اینکه از شکاف کوچکی جهت جداسازی طول موج‌ها استفاده کند. این شکل کاملاً متفاوت است.



شکل ۷.۲۹: الگوی شدت برای دوقطبی جداسازی‌شده به‌وسیله‌ی فاصله‌ی ۱۰λ است.

اگر دو نوسانگر به فاصله‌ی ۱۰λ از یکدیگر جدا باشند، (برای راحتی کار دو سیستم را هم‌فاز در نظر می‌گیریم.) مشاهده می‌کنیم که در جهت $E - W$ ، اگر نوسانگرها هم‌فاز باشند، بیش‌ترین شدت را داریم؛ ۴ برابر آن‌چه که از یک تک نوسانگر توقع داریم. از سوی دیگر، در یک زاویه‌ی بسیار کوچک، زمان حضور

نوسان‌ها با زمانی که زاویه 18° درجه باشد، متفاوت است و در این حالت شدت صفر است. برای بالابردن دقت موضوع، خطی از یک نوسانگر به نقطه‌ای دیگر رسم می‌کنیم که نوسانگر دیگری به فاصله‌ی Δ واقع شده‌است؛ حال، اختلاف راه $\lambda/2$ ناشی از حرکت نوسان برای رسیدن به نقطه‌ی دیگر، باعث می‌شود دو نوسان از حالت هم‌فاز خارج شوند. پس اولین گپ، در این نقطه اتفاق می‌افتد (در این شکل شاهد یک طرح خام هستیم). این بدین معنی است که یک پرتوی بسیار تیز^{۲۶}، در جهتی که می‌خواهیم داریم و اگر اندکی جابه‌جایی انجام دهیم، همه‌ی شدت‌ها را از دست خواهیم داد. متأسفانه برای اهداف عملی، اگر ما درباره‌ی ساختن یک آرایه‌ی رادیویی از پیامی رادیویی فکر کنیم و آنگاه فاصله‌ی Δ را دو برابر کنیم، سپس به اندازه‌ی یک چرخه‌ی کامل از فاز خارج گردیم، دوباره دقیقاً به همان مقدار فاز اولیه می‌رسیم. بنابراین، ما با ماکسیمم و مینیمم‌های متوالی سروکار داریم که فاصله‌شان از یکدیگر $\lambda/2$ است و در فصل ۲۸ مشاهده کردیم. حال چگونه می‌توان ترتیبی داد که از شر تمام ماکسیمم‌های اضافی، یا چیزهایی که لبه^{۲۷} خوانده می‌شوند، خلاص شویم؟ می‌توانیم از لبه‌های ناخواسته به روشی جالب خلاص شویم.



شکل ۸.۲۹: آرایش ۶ آنتن دوقطبی و بخشی از الگوی شدت ناشی از آن

فرض کنید ما سری دیگری از آنتن‌ها را بین دو آنتن قبلی قرار دهیم که به فاصله‌ی $\lambda/2$ جدا از یکدیگر قرار گرفته‌اند. پس ۶ آنتن حاضر است و اگر ما به شدت انرژی پرتوها در جهت $E - W$ نگاهی بیندازیم، مسلماً این ۶ آنتن، شدت بالاتری را نسبت به یک تک آنتن ایجاد می‌کنند. میدان ۶ برابر و شدت ۳۶ برابر بیشتر خواهد شد (منظور مربع میدان است). ما شاهد ۳۶ واحد شدت در این جهت خواهیم بود. حال اگر به نقطه‌ی همسایه نگاه بیندازیم، تقریباً مشابه حالت قبل، شدت صفر را مشاهده می‌کنیم. اما اگر عقب‌تر برویم و به جایی برسیم که با قله‌های^{۲۸} بزرگی روبه‌رو بودیم، این بار با برجستگی‌های (قله‌های) خیلی کوچک‌تری نسبت به قبل مواجه خواهیم شد. بگذارید ببینیم چرا. دلیل این مسئله به این بر می‌گردد که اگر چه ما انتظار داشتیم زمانی با قله‌های بزرگ مواجه شویم که فاصله‌ی Δ کاملاً برابر با طول موج باشد، اما کاملاً مشهود است که دوقطبی اولی و ششمی هم‌فاز هستند و به‌صورتی

^{۲۸} bump

^{۲۶} sharp
^{۲۷} lobe

متحد، برای به دست آوردن قدرت در یک جهت تلاش می‌کنند. این در حالی است که دوقطبی‌های ۳ و ۴، با دوقطبی‌های ۱ و ۶، تقریباً $\frac{1}{4}$ در فازی مخالفند. پس اگر چه ۱ و ۶ با یکدیگرند، اما ۳ و ۴ نیز در همکاری با یکدیگرند، ولی در فازی مخالف. بنابراین شدت بسیار کمی در این جهت وجود دارد؛ در حالی که هیچ تعادل دقیقی وجود ندارد.

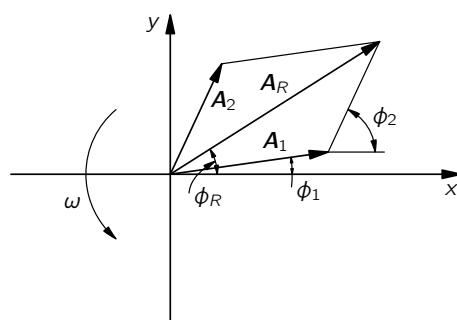
آنچه که می‌خواهیم اتفاق بیفتد، وجود پرتویی قوی در جهت دلخواه ماست؛ در حالی که برجستگی کمی دیده شود. اما در این مثال خاص، رویداد دیگری اتفاق خواهد افتاد. از آنجا که فاصله‌ی بین دوقطبی‌های متوالی ۲۸ است، امکان دارد زاویه‌ای را پیدا کنیم که به فاصله‌ی δ بین دوقطبی‌های متوالی وجود دارد که این دوقطبی‌ها دقیقاً به اندازه‌ی یک طول موج فاصله دارند؛ به طوری که تأثیر همه‌ی دوقطبی‌ها دوباره هم‌فاز است. هر یک نسبت به بعدی با زاویه‌ی 360° درجه تأخیر دارد، پس همه‌ی دوقطبی‌ها هم‌فاز می‌شوند و ما پرتوی قدرتمند دیگری در همان جهت خواهیم داشت. برای کارآمدی بیشتر، بهتر است دوقطبی‌ها در عمل در فاصله‌های نزدیک‌تری به یکدیگر (یعنی کمتر از یک طول موج) قرار گیرند.

اگر آنتن‌ها را در فاصله‌ای کمتر از λ در کنار یکدیگر بچینیم، شاهد این اتفاق نخواهیم بود. اما واقعیت این است که در زاویه‌ی مشخصی، ممکن است این اتفاق بیفتد. اگر فاصله‌ی آنتن‌ها بیش‌تر از یک طول موج شود، کاربردهای دیگری به جز مسئله‌ی پخش رادیویی مطرح می‌شود؛ مانند توری‌های پراش^{۲۹}.

۵.۲۹ ریاضیات مربوط به تداخل^{۳۰}

حال بحث کیفی در حوزه‌ی آنالیز مربوط به دوقطبی‌های تابشی را تمام می‌کنیم و به یادگیری این پدیده و بحث در مورد آن، از نقطه نظر کمی می‌پردازیم. می‌خواهیم تأثیر دو منبع را در یک زاویه‌ی خاص، در کلی‌ترین حالت بررسی کنیم که دو نوسانگر فاز ذاتی و نسبی α از یکدیگر دارند؛ درحالی‌که شدت A_1 و A_2 یکسان نیست. می‌فهمیم که باید دو $\cos$ را با فرکانس یکسان ولی فازهای متفاوت جمع کنیم. پیدا کردن اختلاف فاز آسان است. اختلاف فاز ناشی از تفاوت در فاصله‌ی نوسانگرها و فرکانس ذاتی هر کدام از آنهاست. از منظر ریاضیاتی، باید جمع دو موج (R) را پیدا کنیم که به صورت زیر است: $R = A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$ اما چگونه چنین کاری را انجام دهیم؟

این کار بسیار آسان است و ما احتمالاً از قبل می‌دانیم که باید چه کار کنیم. با این حال باید به جزئیات رئوس مطلب در این فرآیند پی ببریم. اولاً در برخوردی هوشمندانه با ریاضیات، اگر به اندازه‌ی کافی از $\sin$ و $\cos$ بدانیم، به سادگی می‌توانیم جزئیات را به دست بیاوریم. ساده‌ترین موردی که می‌توان بررسی کرد زمانی است که A_1 و A_2 معادل باشند. بیاید در این مورد هر دو را A در نظر بگیریم. در این شرایط، می‌توانیم از روش مثلثاتی برای حل مسئله استفاده کنیم:



شکل ۹.۲۹: یک روش هندسی برای ترکیب دو موج کسینوسی. کل نمودار در حال چرخش پادساعت‌گرد با فرکانس زاویه‌ای ω است.

$$R = A[\cos(\omega t + \phi_1) + \cos(\omega t + \phi_2)]. \quad (9.29)$$

یکی از فرمول‌های مقدماتی در مثلثات به صورت زیر است:

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \cos \frac{1}{2}(A - B). \quad (10.29)$$

که با بهره‌بردن از آن می‌توان R را به صورت زیر نوشت:

$$R = 2A \cos \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2) \cos(\omega t + \frac{1}{2}\phi_1 + \frac{1}{2}\phi_2). \quad (11.29)$$

بنابراین در می‌یابیم که با یک موج نوسانی با دامنه و فازی جدید مواجهیم. به طور کلی به این نتیجه می‌رسیم که موجی نوسانی با دامنه‌ی A_R خواهیم داشت که این دامنه‌ی حاصله^{۳۱} است. درواقع این موج‌ها با فرکانسی یکسان اما با فازهای مختلف ϕ_R نوسان می‌کنند که این فاز را نیز فاز حاصله گوییم. با چنین نگاهی، دامنه‌ی حاصله به صورت زیر است:

$$A_R = 2A \cos \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2), \quad (12.29)$$

و فاز حاصله میانگین دو فاز است و مسئله‌ی ما به طور کامل حل شده‌است. حال، فرض کنید که نمی‌توانیم به یاد بیاوریم که مجموع کسینوس‌ها به صورت $2A \cos \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2)$ است.

پس ما برای آنالیز از روش دیگری بهره می‌بریم که هندسی‌تر است. هر تابع کسینوسی از ωt می‌تواند به عنوان تصویر افقی بردار چرخش در نظر گرفته شود. فرض کنید برداری به نام A_1 به طول A_1 وجود دارد که با زمان در حال گردش است و زاویه‌ای که با محور افقی می‌سازد، $\omega t + \phi_1$ است (ما باید از تغییرات ωt در هر دقیقه چشم‌پوشی کنیم و در چنین حالتی هیچ تفاوتی را با حالت قبل مشاهده نخواهیم کرد). حال فرض کنید یک

^{۳۱} resultant amplitude

شات فوری در زمان $t = 0$ می‌زنیم؛ اگر چه که تصویر با سرعت زاویه‌ای ω در حال چرخش است (شکل ۹.۲۹). در چنین حالتی تصویر A_1 در طول محور افقی، به‌طور دقیق $\cos(\omega t + \phi_1)$ است. حال در زمان $t = 0$ ، موج دوم می‌تواند با نمایش برداری دیگری با طول موج A_2 و در زاویه‌ی 2ϕ و در حال چرخش در نظر گرفته‌شود. هر دو بردار با سرعت زاویه‌ای یکسان ω ، در حال دوران و در موقعیتی نسبی نسبت به یکدیگر ثابت شده‌اند. سیستم مشابه یک جسم صلب در نظر گرفته می‌شود و تصویر A_2 در راستای محور افقی نیز $A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$ است.

اما همان‌طور که از نظریه‌ی بردارها می‌دانیم، اگر دو بردار را با یکدیگر به‌وسیله‌ی قانون متوازی‌الاضلاع^{۳۲} جمع کنیم و بردار نهایی (A_R) را رسم کنیم، مؤلفه‌ی x برآیند، از جمع مؤلفه‌های x دو بردار به‌دست می‌آید. پس مسئله را حل کرده‌ایم. به‌راحتی می‌توان صحت پاسخ را با مطرح کردن همان مورد خاص $A = A_1 = A_2$ بررسی کرد. در این مورد، همان‌طور که در شکل (۹.۲۹) می‌بینید، A_R در میان A_1 و A_2 قرار گرفته‌است و با هر کدام زاویه‌ی $\frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2)$ می‌سازد. بنابراین می‌بینیم که $A_R = 2A \cos \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2)$ است؛ همان‌طور که قبلاً شاهد آن بودیم.

هم‌چنین اگر مثلث را در نظر بگیریم، فاز A_R به سمت میانگین زاویه‌ای A_1 و A_2 میل می‌کند، زمانی که هر دو دامنه یکسان باشد. به‌صورت واضح، می‌توان مسئله را برای حالت‌هایی هم که دامنه‌های یکسان ندارند، اعمال کرد. این کار را می‌توان روش هندسی^{۳۳} در حل مسئله نامید.

هنوز روش دیگری برای حل مسئله وجود دارد و آن روش تحلیلی حل مسئله است. در این روش، به جای کشیدن شکلی مشابه شکل (۹.۲۹)، می‌توانیم چیزهایی را که معادل با همان تصویر است، یادداشت کنیم. به جای رسم بردارها، می‌توان عدد مختلطی برای هر کدام از بردارها در نظر گرفت. بخش حقیقی اعداد مختلط، بخشی است که کمیت‌های فیزیکی واقعی را تشریح می‌کند. پس در مورد مسئله‌ی حالت خاص خود، می‌توانیم بنویسیم:

$A_1 e^{i(\omega t + \phi_1)}$ (بخش حقیقی آن به‌صورت $A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$ است) و دیگری $A_2 e^{i(\omega t + \phi_2)}$ است.

حال می‌توانیم جمع دو بردار را در نظر بگیریم:

$$R = A_1 e^{i(\omega t + \phi_1)} + A_2 e^{i(\omega t + \phi_2)} = (A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2}) e^{i\omega t} \quad (13.29)$$

یا

$$\hat{R} = A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2} = A_R e^{i\phi_R}. \quad (14.29)$$

این روش حل، در واقع همان چیزی است که ما تمایل به استفاده از آن داریم؛ زیرا در چنین روشی نتیجه را به‌صورت یک عدد مختلط به اندازه‌ی A_R و فاز ϕ_R خواهیم داشت.

برای اینکه ببینید این روش چگونه کار می‌کند، اجازه دهید دامنه‌ی A_R را با طول R به‌دست آوریم. برای به‌دست آوردن طول یک کمیت مختلط، همواره کمیت‌ها را در مزدوج مختلط آن‌ها ضرب می‌کردیم که به ما مربع

^{۳۳} geometrical

^{۳۲} parallelogram rule

طول را می‌داد. کمیت مزدوج مختلط نیز مشابه همین است تنها با یک اختلاف ضریب i . بنابراین می‌توان نوشت:

$$A_R^* = (A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2})(A_1 e^{-i\phi_1} + A_2 e^{-i\phi_2}). \quad (۱۵.۲۹)$$

و از طرفی با ضرب طرفین برای محاسبه‌ی $A_1^2 + A_2^2$ می‌توانیم بنویسیم:

$$A_1 A_2 (e^{i(\phi_1 - \phi_2)} + e^{i(\phi_2 - \phi_1)}).$$

حال اگر

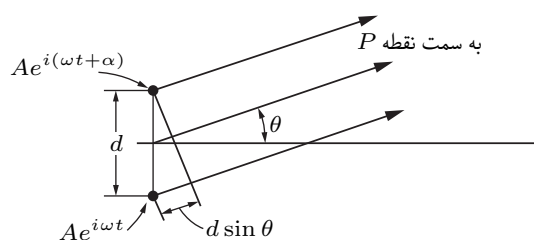
$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta + \cos \theta - i \sin \theta.$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$$

و همچنین نهایی به صورت زیر خواهد شد:

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1). \quad (۱۶.۲۹)$$

همان‌طور که می‌بینید این رابطه با طول A_R که در شکل (۹.۲۹) با استفاده از قوانین مثلثاتی به دست آمد، در توافق است. بنابراین مجموع این دو اثر به صورت جمع شدت A_1^2 و شدت A_2^2 است که با یک اصلاح همراه است. اصلاح اعمال شده در واقع همان اثر تداخل است. در حقیقت، این اثر تفاوت را میان یک جمع معمولی در شدت‌ها و آنچه که در واقعیت اتفاق می‌افتد، نشان می‌دهد. مقدار تداخل را می‌توان مثبت یا منفی خواند. بدین معنی که در بین فیزیک‌دانان مرسوم است که به عبارت مثبت، تداخل سازنده^{۳۴} گویند؛ در حالی که عبارت منفی را تداخل ویرانگر^{۳۵} می‌خوانند. حال، فرمول (۱۶.۲۹) را برای مورد دو نوسانگر در موقعیتی مشخص



شکل ۱۰.۲۹: دو نوسانگر در دامنه‌ی یکسان و با اختلاف فاز α بین آن‌ها

اعمال می‌کنیم و قصد داریم بحثی کیفی حول این موضوع داشته باشیم. برای اعمال این فرمول، تنها لازم است مقدار اختلاف فاز $\phi_2 - \phi_1$ را بین دو سیگنال در یک نقطه‌ی معین، مشخص کنیم (این فرمول تنها به اختلاف فاز وابسته است نه به تک فاز). موردی را در نظر بگیرید که دو نوسانگر در یک دامنه‌ی یکسان هستند؛ در

^{۳۵} destructive

^{۳۴} constructive

حالی که از یکدیگر فاصله d دارند و فاز نسبی آنها α است (یعنی زمانی که فاز یکی صفر است، دیگری در فاز α به سر می برد). سپس دربارهی شدت سیگنال سؤال می کنیم که سمت گیری در جهت θ از خط $E - W$ دارد. (دقت کنید که این زاویه θ مشابه مورد (۱۰.۲۹) نیست.)

رابطه ی فاز با توجه به این نکته به دست می آید که اختلاف فاصله ی دو نوسانگر از نقطه ی P ، به صورت $d \sin \theta$ است؛ به طوری که سهم اختلاف فاز، از مرتبه ی عدد طول موج در $d \sin \theta$ ، ضرب در 2π است. (ممکن است بخواهید عدد موج k را ضرب در نرخ تغییر فاز به وسیله ی فاصله بکنید که مشابه همان $d \sin \theta$ قبل است.) اختلاف فاز ناشی از اختلاف مسیر، مقدار $2\pi d \sin \theta / \lambda$ را دارد؛ اما یک فاز اضافی α نیز ناشی از زمان گیری نوسانگرها وجود دارد. پس اختلاف فاز به دست آمده به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi_2 - \phi_1 = \alpha + 2\pi d \sin \theta / \lambda. \quad (17.29)$$

این اختلاف فاز برای همه ی موارد قابل اعمال است. بنابراین همه ی آن چه که ما انجام می دهیم، جایگزینی این عبارت در معادله ی (۱۶.۲۹)، برای مورد $A_1 = A_2$ است و می توانیم همه ی نتایج مختلف را برای دو آنتن با شدت های یکسان محاسبه کنیم.

حال به نظاره ی آن چه در موارد مختلف اتفاق می افتد می نشینیم. نتیجه ای که از آن آگاهیم این است که به عنوان مثال، شدت در زاویه ی 30° در شکل (۵.۲۹)، می شود ۲. دو نوسانگر به فاصله ی $\lambda/2$ از یکدیگرند و تحت زاویه ی 30° درجه، $d \sin \theta = \lambda/4$ است. بنابراین $2\pi d \sin \theta / \lambda = \pi/2$ و جمله ی اختلافی صفر است (ما دو بردار را در زاویه ی 90° درجه با یکدیگر جمع می کنیم). نتیجه این است که وتر یک مثلث قائم الزاویه ی 45° درجه، مقدار $\sqrt{2}$ را در واحد دامنه دارد و ما می توانیم به دو برابر شدت یک تک نوسان برسیم. در تمام موارد دیگر نیز می توان چنین روندی را در پیش گرفت.

Summary Lecture 10 - INTERFERENCE

A traveling sinusoidal wave can be represented by $\cos(\omega t - kx)$
 where ω = angular frequency; k = wave number. $\text{Period} = \frac{2\pi}{\omega}$; $\text{Wavelength } \lambda = \frac{2\pi}{k}$
 For light, speed c the wave goes $\cos \omega(t - x/c)$. $\therefore k = \omega/c$; $\lambda = cT$.

Oscillating amplitudes of same frequency, different phase can be added geometrically or by complex no.

$A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega t + \phi_2) = A_R \cos(\omega t + \phi_R)$

The intensity of light (energy/m²s) is proportional to the square of the field E . $A_R e^{i\phi_R} = A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2}$

For N equal sources each at rel. phase ϕ , intensity is $I_0 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2\phi/2}$ where I_0 = intensity from one alone

